

Klaus Jänich

Lineare Algebra

Ein Skriptum für das erste Semester

Mit 78 Abbildungen und Diagrammen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York 1979

Inhaltsverzeichnis

§1 Mengen und Abbildungen

Grundkurs für alle: Mengen und Abbildungen

Mengen	1
Abbildungen	7
Test 1	13
Literaturhinweis	14
Übungen für alle	15

§2 Vektorräume

Grundkurs für alle: Reelle und komplexe Vektorräume

Reelle Vektorräume	17
Komplexe Zahlen und komplexe Vektorräume	24
Test 2	30
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Körper	31
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Was sind Vektoren?	34
Historische Notiz (über komplexe Zahlen)	37
Literaturhinweis	39
Übungen für Mathematiker	39
Die (*)-Aufgabe	40
Übungen für Physiker	41

§3 Dimensionen

Grundkurs für alle: Lineare Unabhängigkeit, Basis, Dimension	42
Test 3	50
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Beweis des Basisergänzungssatzes und des Austauschlemmas	51
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Das Vektorprodukt	54

Historische Notiz (über den Steinitzschen Austauschsatz)	59
Literaturhinweis	60
Übungen für Mathematiker	61
Die (*)-Aufgabe	62
Übungen für Physiker	62

§4 Lineare Abbildungen

Grundkurs für alle: Lineare Abbildungen und Matrizen

Lineare Abbildungen	63
Matrizen	69
Test 4	75
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Quotientenvektorräume	76
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Drehungen und Spiegelungen des \mathbb{R}^2	79
Historische Notiz (über Motive)	84
Literaturhinweis	85
Übungen für Mathematiker	86
Die (*)-Aufgabe	87
Übungen für Physiker	87

§5 Matrizenrechnung

Grundkurs für alle: Matrizenrechnung

Multiplikation	89
Rang einer Matrix	94
Elementare Umformungen	95
Rangbestimmungsverfahren	97
Test 5	98
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Wie invertiert man eine Matrix?	99
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Mehr über Drehungen und Spiegelungen	102
Historische Notiz (über Matrizen)	105
Literaturhinweis	106
Übungen für Mathematiker	107
Die (*)-Aufgabe	108
Übungen für Physiker	108

§6 Die Determinante

Grundkurs für alle: Die Determinante	110
Test 6	119
Fortsetzung des Grundkurses (für alle):	
(a) Determinante eines Endomorphismus	120
(b) Orientierte Vektorräume	121
Historische Notiz (über die Determinante)	124
Übungen für Mathematiker	124
Die (*)-Aufgabe	125
Übungen für Physiker	126

§7 Lineare Gleichungssysteme

Grundkurs für alle: Lineare Gleichungssysteme	
Lineare Gleichungssysteme	127
Gaußscher Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme	131
Test 7	133
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Mehr über lineare	
Gleichungssysteme	135
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Wiegen mit der Kamera	138
Historische Notiz (über Gleichungssysteme)	141
Literaturhinweis	141
Übungen für Mathematiker	142
Drei (*)-Aufgaben	142
Übungen für Physiker	143

§8 Affine Geometrie

Grundkurs

Affine Teilräume eines Vektorraums	145
Affine Hülle und allgemeine Lage	148
Affine Abbildungen	150
Konvexität	152
Test 8	155
Übungen für Mathematiker	157
Drei (*)-Aufgaben	158
Übungen für Physiker	158

§9 Euklidische Vektorräume

Grundkurs

Skalarprodukte	160
Orthogonal, orthonormal	163
Orthogonale Abbildungen	167
Gruppen	168
Test 9	170
Übungen für Mathematiker	172
Drei (*)-Aufgaben	173
Übungen für Physiker	173

§10 Klassifikation von Matrizen

Grundkurs

Was heißt "Klassifizieren"?	175
Äquivalenzrelationen für Matrizen	179
Ausführliche Motivation am Beispiel \sim_2	181
Bedeutung von \sim_1, \sim_3, \sim_4	183
Die Klassifikationssätze	187
Test 10	190
Übungen für Mathematiker	192
Zwei (*)-Aufgaben	193
Übungen für Physiker	193

§11 Eigenwerte

Grundkurs

Eigenwerte, Eigenvektoren	194
Direkte Summen	196
Diagonalisierbarkeit von Endomorphismen	199
Das charakteristische Polynom	201
Test 11	203
Übungen für Mathematiker	204
Zwei (*)-Aufgaben	205
Übungen für Physiker	205

§12 Die Hauptachsen-Transformation

Grundkurs

Eigenvektoren selbstadjungierter Endomorphismen	
euklidischer Räume	206
Der Hauptsatz über selbstadjungierte Endomorphismen	207
Hauptachsentransformation	209
Beweis des Haupthilfssatzes	211
Test 12	212
Antworten zu den Tests	214
Literaturverzeichnis	227
Symbolverzeichnis	229
Register	231