

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|----------|
| 1 Arithmetik | 1 |
| 1.1 Mengen | 1 |
| 1.2 Aussageformen und logische Zeichen | 2 |
| 1.2.1 Aussageformen | 2 |
| 1.2.2 Logische Zeichen | 2 |
| 1.2.3 Vollständige Induktion | 3 |
| 1.3 Einteilung der Zahlen | 4 |
| 1.4 Grundrechenarten | 6 |
| 1.5 Grundlegende Rechenregeln | 7 |
| 1.5.1 Buchstabenrechnen | 7 |
| 1.5.2 Kehrwert, Quersumme | 7 |
| 1.5.3 Teilbarkeitsregeln | 7 |
| 1.5.4 Punktrechnung vor Strichrechnung | 8 |
| 1.5.5 Potenzrechnung vor Punktrechnung | 8 |
| 1.5.6 Grundgesetze der Addition und Multiplikation | 9 |
| 1.5.7 Grundregeln der Klammerrechnung | 9 |
| 1.5.8 Multiplikation mit Klammern | 10 |
| 1.5.9 Indizes, Summenzeichen, Produktzeichen | 11 |
| 1.5.10 Binomische Formeln | 12 |
| 1.5.11 Division mit Klammern | 13 |
| 1.6 Bruchrechnung | 13 |
| 1.6.1 Definitionen | 13 |
| 1.6.2 Erweitern und Kürzen | 14 |
| 1.6.3 Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche | 15 |
| 1.6.4 Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche | 15 |
| 1.6.5 Multiplizieren von Brüchen | 16 |
| 1.6.6 Dividieren von Brüchen | 17 |
| 1.7 Potenz- und Wurzelrechnung | 17 |
| 1.7.1 Definition der Potenz | 17 |
| 1.7.2 Regeln der Potenzrechnung | 19 |
| 1.7.3 Definition der Wurzel | 21 |
| 1.7.4 Regeln der Wurzelrechnung | 22 |
| 1.8 Dezimalzahlen und Dualzahlen | 26 |
| 1.8.1 Dezimalsystem | 26 |
| 1.8.2 Dualsystem | 27 |
| 1.8.3 Runden | 28 |
| 1.9 Logarithmen | 28 |
| 1.9.1 Definition des Logarithmus | 28 |
| 1.9.2 Spezielle Basen | 29 |
| 1.9.3 Regeln der Logarithmenrechnung | 30 |
| 1.9.4 Zusammenhang von Logarithmen mit verschiedenen Basen | 31 |
| 1.9.5 Dekadische Logarithmen | 32 |
| 1.10 Mittelwerte | 32 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1.10.1 | Arithmetisches Mittel | 32 |
| 1.10.2 | Geometrisches Mittel | 33 |
| 1.10.3 | Harmonisches Mittel | 33 |
| 1.10.4 | Quadratisches Mittel | 33 |
| 1.11 | Ungleichungen | 34 |
| 1.11.1 | Definitionen und Rechenregeln | 34 |
| 1.11.2 | Absolutbetrag | 35 |
| 1.11.3 | Intervalle | 36 |
| 1.12 | Komplexe Zahlen | 37 |
| 1.12.1 | Algebraische Form | 37 |
| 1.12.2 | Trigonometrische Form | 39 |
| 1.12.3 | Addieren und Subtrahieren komplexer Zahlen | 40 |
| 1.12.4 | Multiplizieren komplexer Zahlen | 41 |
| 1.12.5 | Dividieren komplexer Zahlen | 42 |
| 1.12.6 | Potenzieren komplexer Zahlen | 43 |
| 1.12.7 | Radizieren komplexer Zahlen | 44 |
| 1.12.8 | Eulersche Formel | 46 |
| 2 | Gleichungen | 48 |
| 2.1 | Gleichungsarten | 48 |
| 2.2 | Äquivalente Umformungen | 50 |
| 2.3 | Lineare Gleichungen | 52 |
| 2.4 | Proportionen | 53 |
| 2.5 | Quadratische Gleichungen | 54 |
| 2.5.1 | Definitionen | 54 |
| 2.5.2 | Lösungsverfahren | 55 |
| 2.5.3 | Satz von Viëta für quadratische Gleichungen | 60 |
| 2.6 | Algebraische Gleichungen höheren Grades | 60 |
| 2.6.1 | Kubische Gleichungen | 60 |
| 2.6.2 | Polynomdivision | 62 |
| 2.6.3 | Gleichungen vierten Grades | 64 |
| 2.6.4 | Gleichungen n -ten Grades | 67 |
| 2.6.5 | Satz von Viëta für Gleichungen n -ten Grades | 68 |
| 2.7 | Auf algebraische Gleichungen zurückführbare Gleichungen | 70 |
| 2.7.1 | Bruchgleichungen | 70 |
| 2.7.2 | Wurzelgleichungen | 71 |
| 2.8 | Transzendente Gleichungen | 73 |
| 2.8.1 | Exponentialgleichungen | 73 |
| 2.8.2 | Logarithmische Gleichungen | 74 |
| 2.8.3 | Trigonometrische Gleichungen | 75 |
| 2.9 | Lineare Gleichungssysteme | 76 |
| 2.9.1 | Definitionen | 76 |
| 2.9.2 | Zwei lineare Gleichungen mit zwei Variablen | 76 |
| 2.9.3 | Drei lineare Gleichungen mit drei Variablen | 80 |
| 2.9.4 | Matrizen und Determinanten | 81 |
| 2.10 | Lineare Ungleichungen | 92 |
| 2.10.1 | Definitionen | 92 |
| 2.10.2 | Lineare Ungleichungen mit einer Variablen | 93 |

| | |
|---|-----------|
| 2.10.3 Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen | 94 |
| 2.10.4 Lineare Ungleichungssysteme mit zwei Variablen | 96 |
| 3 Planimetrie | 98 |
| 3.1 Geraden und Strecken | 98 |
| 3.2 Winkel | 99 |
| 3.3 Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal | 103 |
| 3.4 Projektion | 106 |
| 3.5 Geometrische Örter | 107 |
| 3.6 Dreiecke | 107 |
| 3.6.1 Allgemeine Dreiecke | 107 |
| 3.6.2 Gleichschenklige Dreiecke | 110 |
| 3.6.3 Gleichseitige Dreiecke | 110 |
| 3.6.4 Rechtwinklige Dreiecke | 111 |
| 3.6.5 Besondere Geraden, Strecken und Kreise | 111 |
| 3.6.6 Flächensätze im rechtwinkligen Dreieck | 115 |
| 3.6.7 Kongruenz von Dreiecken | 118 |
| 3.6.8 Grundkonstruktionen des Dreiecks | 120 |
| 3.7 Vierecke | 123 |
| 3.7.1 Allgemeine Vierecke | 123 |
| 3.7.2 Trapeze | 125 |
| 3.7.3 Parallelogramme | 125 |
| 3.7.4 Rhomben | 126 |
| 3.7.5 Rechtecke | 127 |
| 3.7.6 Quadrate | 127 |
| 3.7.7 Drachen | 128 |
| 3.7.8 Sehnenvierecke | 129 |
| 3.7.9 Tangentenvierecke | 130 |
| 3.8 Reguläre n -Ecke | 130 |
| 3.9 Polygone | 132 |
| 3.10 Kreise | 133 |
| 3.10.1 Definitionen | 133 |
| 3.10.2 Kreissektoren | 135 |
| 3.10.3 Kreissegmente | 136 |
| 3.10.4 Kreise und Geraden | 137 |
| 3.10.5 Winkelsätze am Kreis | 138 |
| 3.10.6 Eigenschaften von Sekanten und Sehnen | 139 |
| 3.10.7 Tangentenkonstruktionen | 139 |
| 3.10.8 Sätze über Sehnen, Sekanten, Tangenten | 141 |
| 3.10.9 Bogenmaß | 143 |
| 3.11 Symmetrie | 144 |
| 3.11.1 Punktsymmetrie | 144 |
| 3.11.2 Achsensymmetrie | 144 |
| 3.12 Ähnlichkeit | 144 |
| 3.12.1 Zentrische Streckung | 144 |
| 3.12.2 Strahlensätze | 145 |
| 3.12.3 Ähnliche Figuren | 147 |
| 3.12.4 Streckenteilungen | 148 |

| | |
|--|------------|
| 4 Stereometrie | 152 |
| 4.1 Prismen | 152 |
| 4.1.1 Allgemeine Prismen | 152 |
| 4.1.2 Parallelepiped und Würfel | 153 |
| 4.2 Zylinder | 154 |
| 4.2.1 Allgemeine Zylinder | 154 |
| 4.2.2 Gerade Kreiszylinder | 155 |
| 4.2.3 Hohlzylinder | 156 |
| 4.3 Pyramiden | 157 |
| 4.3.1 Allgemeine Pyramiden | 157 |
| 4.3.2 Gerade quadratische Pyramiden | 158 |
| 4.4 Kegel | 159 |
| 4.4.1 Allgemeine Kegel | 159 |
| 4.4.2 Gerade Kreiskegel | 160 |
| 4.5 Cavalierisches Prinzip | 161 |
| 4.6 Pyramidenstümpfe und Kegelstümpfe | 161 |
| 4.6.1 Pyramidenstümpfe | 161 |
| 4.6.2 Kegelstümpfe | 162 |
| 4.7 Platonische Körper | 163 |
| 4.8 Kugeln | 166 |
| 4.8.1 Definitionen | 166 |
| 4.8.2 Kugelsegmente | 167 |
| 4.8.3 Kugelsektoren | 167 |
| 4.8.4 Kugelschichten | 168 |
| 5 Funktionen | 170 |
| 5.1 Definition und Darstellungen von Funktionen | 170 |
| 5.1.1 Definitionen | 170 |
| 5.1.2 Funktionsgleichung | 171 |
| 5.1.3 Graph einer Funktion | 172 |
| 5.1.4 Wertetabelle einer Funktion | 173 |
| 5.2 Verhalten von Funktionen | 173 |
| 5.2.1 Monotone Funktionen | 173 |
| 5.2.2 Symmetrische Funktionen | 175 |
| 5.2.3 Beschränkte Funktionen | 177 |
| 5.2.4 Injektive Funktionen | 177 |
| 5.2.5 Surjektive Funktionen | 178 |
| 5.2.6 Bijektive Funktionen | 179 |
| 5.2.7 Periodische Funktionen | 179 |
| 5.2.8 Umkehrfunktionen | 179 |
| 5.2.9 Reelle und komplexe Funktionen | 181 |
| 5.3 Einteilung der elementaren Funktionen | 182 |
| 5.4 Ganze rationale Funktionen | 185 |
| 5.4.1 Konstante Funktionen | 185 |
| 5.4.2 Lineare Funktionen | 186 |
| 5.4.3 Quadratische Funktionen | 190 |
| 5.4.4 Kubische Funktionen | 198 |
| 5.4.5 Ganze rationale Funktionen n -ten Grades | 199 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5.4.6 | Horner-Schema | 202 |
| 5.5 | Gebrochene rationale Funktionen | 203 |
| 5.5.1 | Nullstellen, Pole, Asymptoten | 203 |
| 5.5.2 | Partialbruchzerlegung | 210 |
| 5.6 | Irrationale Funktionen | 213 |
| 5.7 | Transzendente Funktionen | 216 |
| 5.7.1 | Exponentialfunktionen | 216 |
| 5.7.2 | Logarithmusfunktionen | 217 |
| 6 | Trigonometrie | 220 |
| 6.1 | Definition der trigonometrischen Funktionen | 220 |
| 6.2 | Trigonometrische Funktionen für beliebige Winkel | 223 |
| 6.3 | Beziehungen für den gleichen Winkel | 225 |
| 6.4 | Graphen der trigonometrischen Funktionen | 226 |
| 6.5 | Reduktionsformeln | 228 |
| 6.6 | Additionstheoreme | 229 |
| 6.7 | Sinussatz und Kosinussatz | 232 |
| 6.8 | Grundaufgaben der Dreiecksberechnung | 233 |
| 6.9 | Arkusfunktionen | 237 |
| 7 | Analytische Geometrie | 241 |
| 7.1 | Koordinatensysteme | 241 |
| 7.1.1 | Kartesisches Koordinatensystem der Ebene | 241 |
| 7.1.2 | Polarkoordinatensystem der Ebene | 242 |
| 7.1.3 | Zusammenhang zwischen kartesischen und Polarkoordinaten | 243 |
| 7.1.4 | Kartesisches Koordinatensystem des Raums | 245 |
| 7.1.5 | Kugelkoordinatensystem des Raums | 246 |
| 7.1.6 | Zylinderkoordinatensystem des Raums | 247 |
| 7.2 | Geraden | 248 |
| 7.2.1 | Geradengleichungen | 248 |
| 7.2.2 | Abstände | 254 |
| 7.3 | Kreise | 255 |
| 7.3.1 | Kreisgleichungen | 255 |
| 7.3.2 | Berechnung von Kreisen | 258 |
| 7.3.3 | Kreis und Gerade | 259 |
| 7.4 | Kugeln | 264 |
| 7.5 | Kegelschnitte | 265 |
| 7.5.1 | Ellipsen | 267 |
| 7.5.2 | Hyperbeln | 271 |
| 7.5.3 | Parabeln | 276 |
| 7.5.4 | Anwendungen | 280 |
| 7.6 | Graphisches Lösen von Gleichungen | 285 |
| 7.7 | Vektoren | 290 |
| 7.7.1 | Definitionen | 290 |
| 7.7.2 | Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar | 290 |
| 7.7.3 | Addition und Subtraktion zweier Vektoren | 291 |
| 7.7.4 | Komponentendarstellung von Vektoren in der Ebene | 292 |
| 7.7.5 | Komponentendarstellung von Vektoren im Raum | 293 |
| 7.7.6 | Skalarprodukt | 295 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 7.7.7 | Vektorprodukt | 296 |
| 7.7.8 | Spatprodukt | 298 |
| 8 | Differential- und Integralrechnung | 300 |
| 8.1 | Folgen | 300 |
| 8.1.1 | Grundbegriffe | 300 |
| 8.1.2 | Arithmetische Folgen | 301 |
| 8.1.3 | Geometrische Folgen | 302 |
| 8.1.4 | Grenzwert einer Folge | 302 |
| 8.1.5 | Tabelle einiger Grenzwerte | 303 |
| 8.1.6 | Divergente Folgen | 304 |
| 8.2 | Reihen | 305 |
| 8.2.1 | Definitionen | 305 |
| 8.2.2 | Arithmetische Reihen | 308 |
| 8.2.3 | Geometrische Reihen | 308 |
| 8.2.4 | Harmonische Reihen | 309 |
| 8.2.5 | Alternierende Reihen | 310 |
| 8.3 | Grenzwerte von Funktionen | 311 |
| 8.3.1 | Grenzwert an einer endlichen Stelle | 311 |
| 8.3.2 | Einseitige Grenzwerte | 312 |
| 8.3.3 | Grenzwert im Unendlichen | 313 |
| 8.3.4 | Rechenregeln für Grenzwerte | 314 |
| 8.3.5 | Unbestimmte Ausdrücke | 314 |
| 8.3.6 | Stetigkeit einer Funktion | 315 |
| 8.3.7 | Unstetigkeitsstellen | 316 |
| 8.4 | Ableitung einer Funktion | 318 |
| 8.4.1 | Definitionen | 318 |
| 8.4.2 | Differentiationsregeln | 320 |
| 8.4.3 | Höhere Ableitungen | 323 |
| 8.4.4 | Ableitungen einiger algebraischer Funktionen | 324 |
| 8.4.5 | Ableitungen einiger transzendenter Funktionen | 324 |
| 8.4.6 | Sekanten und Tangenten | 328 |
| 8.4.7 | Extremwerte von Funktionen | 329 |
| 8.4.8 | Krümmungsverhalten von Funktionen | 330 |
| 8.4.9 | Wendepunkte von Funktionen | 332 |
| 8.4.10 | Kurvendiskussion | 333 |
| 8.4.11 | Anwendungsbeispiele | 334 |
| 8.4.12 | Näherungsverfahren zur Nullstellenbestimmung | 336 |
| 8.5 | Integralrechnung | 338 |
| 8.5.1 | Unbestimmtes Integral | 338 |
| 8.5.2 | Integrationsregeln | 339 |
| 8.5.3 | Unbestimmte Integrale einiger algebraischer Funktionen | 343 |
| 8.5.4 | Unbestimmte Integrale einiger transzendenter Funktionen | 344 |
| 8.5.5 | Bestimmtes Integral | 345 |
| 8.5.6 | Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung | 347 |
| 8.5.7 | Eigenschaften des bestimmten Integrals | 347 |
| 8.5.8 | Einige Anwendungen der Integralrechnung | 349 |
| 8.6 | Funktionenreihen | 354 |

| | | |
|-----------------------------|---|------------|
| 8.6.1 | Definitionen | 354 |
| 8.6.2 | Potenzreihen | 356 |
| 8.6.3 | Fourier-Reihen | 359 |
| 9 | Kombinatorik | 366 |
| 9.1 | Kombinatorische Grundprinzipien | 366 |
| 9.2 | Fakultäten, Binomialkoeffizienten und Pascalsches Dreieck | 368 |
| 9.3 | Binomischer Lehrsatz | 370 |
| 9.4 | Permutationen und Variationen | 371 |
| 9.5 | Kombinationen | 373 |
| 9.6 | Permutationen mit eingeschränkter Wiederholung | 376 |
| 9.7 | Multinomialsatz | 377 |
| 9.8 | Prinzip der Inklusion und Exklusion | 378 |
| 10 | Wahrscheinlichkeitsrechnung | 381 |
| 10.1 | Zufällige Ereignisse | 381 |
| 10.2 | Absolute und relative Häufigkeit von Ereignissen | 383 |
| 10.3 | Stichproben | 384 |
| 10.4 | Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit | 390 |
| 10.5 | Klassische Definition der Wahrscheinlichkeit | 392 |
| 10.6 | Bedingte Wahrscheinlichkeiten | 397 |
| 10.7 | Zufallsvariablen | 400 |
| A | Symbole und Bezeichnungsweisen | 404 |
| B | Mathematische Konstanten | 408 |
| C | Das griechische Alphabet | 409 |
| Literaturverzeichnis | | 411 |
| Sachwortverzeichnis | | 412 |