

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Arithmetik</b>	<b>1</b>
1.1	Mengen	1
1.2	Aussageformen und logische Zeichen	2
1.2.1	Aussageformen	2
1.2.2	Logische Zeichen	2
1.2.3	Vollständige Induktion	3
1.3	Einteilung der Zahlen	4
1.4	Grundrechenarten	6
1.5	Grundlegende Rechenregeln	7
1.5.1	Buchstabenrechnen	7
1.5.2	Kehrwert, Quersumme	7
1.5.3	Teilbarkeitsregeln	7
1.5.4	Punktrechnung vor Strichrechnung	8
1.5.5	Potenzrechnung vor Punktrechnung	8
1.5.6	Grundgesetze der Addition und Multiplikation	9
1.5.7	Grundregeln der Klammerrechnung	9
1.5.8	Multiplikation mit Klammern	10
1.5.9	Indizes, Summenzeichen, Produktzeichen	11
1.5.10	Binomische Formeln	12
1.5.11	Division mit Klammern	13
1.6	Bruchrechnung	13
1.6.1	Definitionen	13
1.6.2	Erweitern und Kürzen	14
1.6.3	Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche	15
1.6.4	Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche	15
1.6.5	Multiplizieren von Brüchen	16
1.6.6	Dividieren von Brüchen	17
1.7	Potenz- und Wurzelrechnung	17
1.7.1	Definition der Potenz	17
1.7.2	Regeln der Potenzrechnung	19
1.7.3	Definition der Wurzel	21
1.7.4	Regeln der Wurzelrechnung	22
1.8	Dezimalzahlen und Dualzahlen	26
1.8.1	Dezimalsystem	26
1.8.2	Dualsystem	27
1.8.3	Runden	28
1.9	Logarithmen	28
1.9.1	Definition des Logarithmus	28
1.9.2	Spezielle Basen	29
1.9.3	Regeln der Logarithmenrechnung	30
1.9.4	Zusammenhang von Logarithmen mit verschiedenen Basen	31
1.9.5	Dekadische Logarithmen	32
1.10	Mittelwerte	32

1.10.1	Arithmetisches Mittel	32
1.10.2	Geometrisches Mittel	33
1.10.3	Harmonisches Mittel	33
1.10.4	Quadratisches Mittel	33
1.11	Ungleichungen	34
1.11.1	Definitionen und Rechenregeln	34
1.11.2	Absolutbetrag	35
1.11.3	Intervalle	36
1.12	Komplexe Zahlen	37
1.12.1	Algebraische Form	37
1.12.2	Trigonometrische Form	39
1.12.3	Addieren und Subtrahieren komplexer Zahlen	40
1.12.4	Multiplizieren komplexer Zahlen	41
1.12.5	Dividieren komplexer Zahlen	42
1.12.6	Potenzieren komplexer Zahlen	43
1.12.7	Radizieren komplexer Zahlen	44
1.12.8	Eulersche Formel	46
<b>2</b>	<b>Gleichungen</b>	<b>48</b>
2.1	Gleichungsarten	48
2.2	Äquivalente Umformungen	50
2.3	Lineare Gleichungen	52
2.4	Proportionen	53
2.5	Quadratische Gleichungen	54
2.5.1	Definitionen	54
2.5.2	Lösungsverfahren	55
2.5.3	Satz von Viëta für quadratische Gleichungen	60
2.6	Algebraische Gleichungen höheren Grades	60
2.6.1	Kubische Gleichungen	60
2.6.2	Polynomdivision	62
2.6.3	Gleichungen vierten Grades	64
2.6.4	Gleichungen $n$ -ten Grades	67
2.6.5	Satz von Viëta für Gleichungen $n$ -ten Grades	68
2.7	Auf algebraische Gleichungen zurückföhrbare Gleichungen	70
2.7.1	Bruchgleichungen	70
2.7.2	Wurzelgleichungen	71
2.8	Transzendente Gleichungen	73
2.8.1	Exponentialgleichungen	73
2.8.2	Logarithmische Gleichungen	74
2.8.3	Trigonometrische Gleichungen	75
2.9	Lineare Gleichungssysteme	76
2.9.1	Definitionen	76
2.9.2	Zwei lineare Gleichungen mit zwei Variablen	76
2.9.3	Drei lineare Gleichungen mit drei Variablen	80
2.9.4	Matrizen und Determinanten	81
2.10	Lineare Ungleichungen	92
2.10.1	Definitionen	92
2.10.2	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	93

2.10.3	Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen . . . . .	94
2.10.4	Lineare Ungleichungssysteme mit zwei Variablen . . . . .	96
<b>3</b>	<b>Planimetrie</b>	<b>98</b>
3.1	Geraden und Strecken . . . . .	98
3.2	Winkel . . . . .	99
3.3	Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal . . . . .	103
3.4	Projektion . . . . .	106
3.5	Geometrische Örter . . . . .	107
3.6	Dreiecke . . . . .	107
3.6.1	Allgemeine Dreiecke . . . . .	107
3.6.2	Gleichschenklige Dreiecke . . . . .	110
3.6.3	Gleichseitige Dreiecke . . . . .	110
3.6.4	Rechtwinklige Dreiecke . . . . .	111
3.6.5	Besondere Geraden, Strecken und Kreise . . . . .	111
3.6.6	Flächensätze im rechtwinkligen Dreieck . . . . .	115
3.6.7	Kongruenz von Dreiecken . . . . .	118
3.6.8	Grundkonstruktionen des Dreiecks . . . . .	120
3.7	Vierecke . . . . .	123
3.7.1	Allgemeine Vierecke . . . . .	123
3.7.2	Trapeze . . . . .	125
3.7.3	Parallelogramme . . . . .	125
3.7.4	Rhomben . . . . .	126
3.7.5	Rechtecke . . . . .	127
3.7.6	Quadrate . . . . .	127
3.7.7	Drachen . . . . .	128
3.7.8	Sehnenvierecke . . . . .	129
3.7.9	Tangentenvierecke . . . . .	130
3.8	Reguläre $n$ -Ecke . . . . .	130
3.9	Polygone . . . . .	132
3.10	Kreise . . . . .	133
3.10.1	Definitionen . . . . .	133
3.10.2	Kreissectoren . . . . .	135
3.10.3	Kreissegmente . . . . .	136
3.10.4	Kreise und Geraden . . . . .	137
3.10.5	Winkelsätze am Kreis . . . . .	138
3.10.6	Eigenschaften von Sekanten und Sehnen . . . . .	139
3.10.7	Tangentenkonstruktionen . . . . .	139
3.10.8	Sätze über Sehnen, Sekanten, Tangenten . . . . .	141
3.10.9	Bogenmaß . . . . .	143
3.11	Symmetrie . . . . .	144
3.11.1	Punktsymmetrie . . . . .	144
3.11.2	Achsensymmetrie . . . . .	144
3.12	Ähnlichkeit . . . . .	144
3.12.1	Zentrische Streckung . . . . .	144
3.12.2	Strahlensätze . . . . .	145
3.12.3	Ähnliche Figuren . . . . .	147
3.12.4	Streckenteilungen . . . . .	148

<b>4</b>	<b>Stereometrie</b>	<b>152</b>
4.1	Prismen	152
4.1.1	Allgemeine Prismen	152
4.1.2	Parallelepiped und Würfel	153
4.2	Zylinder	154
4.2.1	Allgemeine Zylinder	154
4.2.2	Gerade Kreiszylinder	155
4.2.3	Hohlzylinder	156
4.3	Pyramiden	157
4.3.1	Allgemeine Pyramiden	157
4.3.2	Gerade quadratische Pyramiden	158
4.4	Kegel	159
4.4.1	Allgemeine Kegel	159
4.4.2	Gerade Kreiskegel	160
4.5	Cavalierisches Prinzip	161
4.6	Pyramidenstümpfe und Kegelstümpfe	161
4.6.1	Pyramidenstümpfe	161
4.6.2	Kegelstümpfe	162
4.7	Platonische Körper	163
4.8	Kugeln	166
4.8.1	Definitionen	166
4.8.2	Kugelsegmente	167
4.8.3	Kugelsektoren	167
4.8.4	Kugelschichten	168
<b>5</b>	<b>Funktionen</b>	<b>170</b>
5.1	Definition und Darstellungen von Funktionen	170
5.1.1	Definitionen	170
5.1.2	Funktionsgleichung	171
5.1.3	Graph einer Funktion	172
5.1.4	Wertetabelle einer Funktion	173
5.2	Verhalten von Funktionen	173
5.2.1	Monotone Funktionen	173
5.2.2	Symmetrische Funktionen	175
5.2.3	Beschränkte Funktionen	177
5.2.4	Injektive Funktionen	177
5.2.5	Surjektive Funktionen	178
5.2.6	Bijektive Funktionen	179
5.2.7	Periodische Funktionen	179
5.2.8	Umkehrfunktionen	179
5.2.9	Reelle und komplexe Funktionen	181
5.3	Einteilung der elementaren Funktionen	182
5.4	Ganze rationale Funktionen	185
5.4.1	Konstante Funktionen	185
5.4.2	Lineare Funktionen	186
5.4.3	Quadratische Funktionen	190
5.4.4	Kubische Funktionen	198
5.4.5	Ganze rationale Funktionen $n$ -ten Grades	199

5.4.6	Horner-Schema . . . . .	202
5.5	Gebrochene rationale Funktionen . . . . .	203
5.5.1	Nullstellen, Pole, Asymptoten . . . . .	203
5.5.2	Partialbruchzerlegung . . . . .	210
5.6	Irrationale Funktionen . . . . .	213
5.7	Transzendente Funktionen . . . . .	216
5.7.1	Exponentialfunktionen . . . . .	216
5.7.2	Logarithmusfunktionen . . . . .	217
<b>6</b>	<b>Trigonometrie</b> . . . . .	<b>220</b>
6.1	Definition der trigonometrischen Funktionen . . . . .	220
6.2	Trigonometrische Funktionen für beliebige Winkel . . . . .	223
6.3	Beziehungen für den gleichen Winkel . . . . .	225
6.4	Graphen der trigonometrischen Funktionen . . . . .	226
6.5	Reduktionsformeln . . . . .	228
6.6	Additionstheoreme . . . . .	229
6.7	Sinussatz und Kosinussatz . . . . .	232
6.8	Grundaufgaben der Dreiecksberechnung . . . . .	233
6.9	Arkusfunktionen . . . . .	237
<b>7</b>	<b>Analytische Geometrie</b> . . . . .	<b>241</b>
7.1	Koordinatensysteme . . . . .	241
7.1.1	Kartesisches Koordinatensystem der Ebene . . . . .	241
7.1.2	Polarkoordinatensystem der Ebene . . . . .	242
7.1.3	Zusammenhang zwischen kartesischen und Polarkoordinaten . . . . .	243
7.1.4	Kartesisches Koordinatensystem des Raums . . . . .	245
7.1.5	Kugelkoordinatensystem des Raums . . . . .	246
7.1.6	Zylinderkoordinatensystem des Raums . . . . .	247
7.2	Geraden . . . . .	248
7.2.1	Geradengleichungen . . . . .	248
7.2.2	Abstände . . . . .	254
7.3	Kreise . . . . .	255
7.3.1	Kreisgleichungen . . . . .	255
7.3.2	Berechnung von Kreisen . . . . .	258
7.3.3	Kreis und Gerade . . . . .	259
7.4	Kugeln . . . . .	264
7.5	Kegelschnitte . . . . .	265
7.5.1	Ellipsen . . . . .	267
7.5.2	Hyperbeln . . . . .	271
7.5.3	Parabeln . . . . .	276
7.5.4	Anwendungen . . . . .	280
7.6	Graphisches Lösen von Gleichungen . . . . .	285
7.7	Vektoren . . . . .	290
7.7.1	Definitionen . . . . .	290
7.7.2	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar . . . . .	290
7.7.3	Addition und Subtraktion zweier Vektoren . . . . .	291
7.7.4	Komponentendarstellung von Vektoren in der Ebene . . . . .	292
7.7.5	Komponentendarstellung von Vektoren im Raum . . . . .	293
7.7.6	Skalarprodukt . . . . .	295

7.7.7	Vektorprodukt . . . . .	296
7.7.8	Spatprodukt . . . . .	298
<b>8</b>	<b>Differential- und Integralrechnung</b>	<b>300</b>
8.1	Folgen . . . . .	300
8.1.1	Grundbegriffe . . . . .	300
8.1.2	Arithmetische Folgen . . . . .	301
8.1.3	Geometrische Folgen . . . . .	302
8.1.4	Grenzwert einer Folge . . . . .	302
8.1.5	Tabelle einiger Grenzwerte . . . . .	303
8.1.6	Divergente Folgen . . . . .	304
8.2	Reihen . . . . .	305
8.2.1	Definitionen . . . . .	305
8.2.2	Arithmetische Reihen . . . . .	308
8.2.3	Geometrische Reihen . . . . .	308
8.2.4	Harmonische Reihen . . . . .	309
8.2.5	Alternierende Reihen . . . . .	310
8.3	Grenzwerte von Funktionen . . . . .	311
8.3.1	Grenzwert an einer endlichen Stelle . . . . .	311
8.3.2	Einseitige Grenzwerte . . . . .	312
8.3.3	Grenzwert im Unendlichen . . . . .	313
8.3.4	Rechenregeln für Grenzwerte . . . . .	314
8.3.5	Unbestimmte Ausdrücke . . . . .	314
8.3.6	Stetigkeit einer Funktion . . . . .	315
8.3.7	Unstetigkeitsstellen . . . . .	316
8.4	Ableitung einer Funktion . . . . .	318
8.4.1	Definitionen . . . . .	318
8.4.2	Differentiationsregeln . . . . .	320
8.4.3	Höhere Ableitungen . . . . .	323
8.4.4	Ableitungen einiger algebraischer Funktionen . . . . .	324
8.4.5	Ableitungen einiger transzendenter Funktionen . . . . .	324
8.4.6	Sekanten und Tangenten . . . . .	328
8.4.7	Extremwerte von Funktionen . . . . .	329
8.4.8	Krümmungsverhalten von Funktionen . . . . .	330
8.4.9	Wendepunkte von Funktionen . . . . .	332
8.4.10	Kurvendiskussion . . . . .	333
8.4.11	Anwendungsbeispiele . . . . .	334
8.4.12	Näherungsverfahren zur Nullstellenbestimmung . . . . .	336
8.5	Integralrechnung . . . . .	338
8.5.1	Unbestimmtes Integral . . . . .	338
8.5.2	Integrationsregeln . . . . .	339
8.5.3	Unbestimmte Integrale einiger algebraischer Funktionen . . . . .	343
8.5.4	Unbestimmte Integrale einiger transzendenter Funktionen . . . . .	344
8.5.5	Bestimmtes Integral . . . . .	345
8.5.6	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung . . . . .	347
8.5.7	Eigenschaften des bestimmten Integrals . . . . .	347
8.5.8	Einige Anwendungen der Integralrechnung . . . . .	349
8.6	Funktionenreihen . . . . .	354

8.6.1	Definitionen . . . . .	354
8.6.2	Potenzreihen . . . . .	356
8.6.3	Fourier-Reihen . . . . .	359
<b>9</b>	<b>Kombinatorik</b>	<b>366</b>
9.1	Kombinatorische Grundprinzipien . . . . .	366
9.2	Fakultäten, Binomialkoeffizienten und Pascalsches Dreieck . . . . .	368
9.3	Binomischer Lehrsatz . . . . .	370
9.4	Permutationen und Variationen . . . . .	371
9.5	Kombinationen . . . . .	373
9.6	Permutationen mit eingeschränkter Wiederholung . . . . .	376
9.7	Multinomialsatz . . . . .	377
9.8	Prinzip der Inklusion und Exklusion . . . . .	378
<b>10</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>381</b>
10.1	Zufällige Ereignisse . . . . .	381
10.2	Absolute und relative Häufigkeit von Ereignissen . . . . .	383
10.3	Stichproben . . . . .	384
10.4	Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	390
10.5	Klassische Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	392
10.6	Bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	397
10.7	Zufallsvariablen . . . . .	400
<b>A</b>	<b>Symbole und Bezeichnungsweisen</b>	<b>404</b>
<b>B</b>	<b>Mathematische Konstanten</b>	<b>408</b>
<b>C</b>	<b>Das griechische Alphabet</b>	<b>409</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>411</b>
	<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>412</b>