

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
<i>Einleitung</i> . . . . .	9
<b>1 Grundlagen</b> . . . . .	12
§ 1 Mengen . . . . .	12
§ 2 Die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen . . . . .	16
§ 3 Abbildungen . . . . .	17
§ 4 Abzählbarkeit . . . . .	19
§ 5 Äquivalenzrelationen . . . . .	20
<b>2 Gruppen</b> . . . . .	23
§ 6 Das Rechnen in Gruppen . . . . .	23
§ 7 Darstellungen durch Transformationsgruppen . . . . .	29
§ 8 Untergruppen . . . . .	33
§ 9 Zyklische Gruppen . . . . .	37
§ 10 Direkte Produkte . . . . .	41
§ 11 Abelsche Gruppen . . . . .	45
§ 12 Homomorphe Bilder von Gruppen . . . . .	50
§ 13 Einbettung von Halbgruppen in Gruppen . . . . .	57
§ 14 Spezielle Ergebnisse . . . . .	60
§ 15 Automorphismen von Gruppen . . . . .	65
§ 16 Operation einer Gruppe auf einer Menge . . . . .	66
§ 17 Die SYLowschen Sätze . . . . .	67
§ 18 Beispiele von Gruppen . . . . .	70
<b>3 Ringe</b> . . . . .	74
§ 19 Algebraische Strukturen . . . . .	74
§ 20 Das Rechnen in Ringen . . . . .	76
§ 21 Homomorphe Bilder von Ringen . . . . .	84
§ 22 Einbettung von Integritätsbereichen in Körper . . . . .	88
§ 23 Der komplexe Zahlkörper $\mathbb{C}$ . . . . .	90
§ 24 Endomorphismenringe abelscher Gruppen . . . . .	93
§ 25 Polynomringe . . . . .	94
§ 26 Nullstellen von Polynomen . . . . .	100
§ 27 Körpererweiterungen . . . . .	104
§ 28 Halbgruppenringe . . . . .	109
§ 29 Der Quaternionenschiefkörper . . . . .	111
§ 30 Duale Zahlen . . . . .	115
§ 31 Angeordnete Ringe . . . . .	115
§ 32 Der Körper $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen . . . . .	118
§ 33 Bewertete Körper . . . . .	125
§ 34 Symmetrische Polynome . . . . .	127

	Seite
<b>4 Ideale</b>	<b>130</b>
§ 35 Rechenregeln	130
§ 36 Teilbarkeit	134
§ 37 GAUSSsche Ringe, Hauptidealringe, Euklidische Ringe	139
§ 38 Der Ring $\mathbb{Z}[i]$	144
§ 39 Partialbruchzerlegung in $K(x)$	147
§ 40 Primideale	149
§ 41 Maximale Ideale	150
§ 42 Der Satz von GAUSS	154
§ 43 Irreduzibilitätskriterien	157
§ 44 Teilbarkeitsätze in Polynomringen	160
§ 45 Kreisteilungspolynome	161
§ 46 NOETHERsche Ringe	165
§ 47 Der HILBERTsche Basissatz	166
<b>5 Vektorräume</b>	<b>169</b>
§ 48 Das Rechnen in Vektorräumen	169
§ 49 Teilräume	170
§ 50 Der Basissatz	172
§ 51 Homomorphismen von Vektorräumen	175
§ 52 Die Gradformel	177
<b>6 Körpertheorie</b>	<b>179</b>
§ 53 Einfache Körpererweiterungen	179
§ 54 Endliche Körpererweiterungen	181
§ 55 Der Satz von FROBENIUS	183
§ 56 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	186
§ 57 Nullstellen von Idealen	192
§ 58 Zerfällungskörper	193
§ 59 Endliche Körper	198
§ 60 Endliche Schiefkörper	200
§ 61 Die Sätze vom primitiven Element	201
§ 62 Inseparable Polynome	204
<b>7 Galoistheorie</b>	<b>206</b>
§ 63 Isomorphismen von Körpern	206
§ 64 Automorphismen von Körpern	209
§ 65 Normale Körpererweiterungen	210
§ 66 Der Hauptsatz der Galoistheorie	213
§ 67 Ein Beispiel	216
§ 68 Automorphismen von $GF(p^n)$	219
§ 69 Kreisteilungskörper	220
§ 70 Die Konstruktion des regelmäßigen Siebzehnecks	223
<b>8 Auflösbare Polynome</b>	<b>226</b>

§ 71	Polynome ersten bis vierten Grades . . . . .	226
§ 72	Auflösbare Gruppen . . . . .	228
§ 73	Der Satz von ABEL . . . . .	230
<i>Anhang</i> . . . . .		237
	Das Rechnen mit komplexen Zahlen . . . . .	237
<i>Lösungen der Aufgaben</i> . . . . .		241
<i>Bezeichnungen</i> . . . . .		266
<i>Literatur</i> . . . . .		267
<i>Namen- und Sachverzeichnis</i> . . . . .		268