

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XV
Tabellenverzeichnis	XVII
1 Motivation und Forschungsfrage	1
2 Theoretische Hintergründe	9
2.1 Instrumenteller Ansatz nach Rabardel	9
2.1.1 Unterscheidung von Zeichnung und Figur	20
2.2 Geometrie und die Entwicklung von Werkzeugen	20
2.3 Dynamische Geometriesysteme	23
2.3.1 Definierende Eigenschaften	25
2.3.2 Mathematische Sicht auf dynamische Geometriesysteme	26
2.3.3 Forschungsergebnisse zum Zugmodus in der Ebene . .	31
2.3.4 Forschung in 2D-Systemen	40
2.3.5 Erste Ergebnisse in 3D-Systemen	42
3 Methodologie	43
3.1 Quantitative und qualitative Forschung	44
3.1.1 Gegenseitige Kritik der Forschungsparadigmen	46
3.2 Charakterisierung qualitativer Forschung	49
3.3 Theorie qualitativer Forschung	55
3.4 Grounded Theory	57
3.4.1 Kritik der Grounded Theory	60
3.5 Gütekriterien qualitativer Forschung	61
3.6 Typenbildung in der qualitativen Sozialforschung	64
3.6.1 Der Prozess der Typenbildung	66
3.7 Problem der Übertragung auf mathematikdidaktische Fragestellungen	68
3.8 Methodologie des konkreten Forschungsverlaufs	69
3.8.1 Forschungsdesign	69

3.8.2 Konkrete Untersuchungsverfahren	70
3.9 Kritische Betrachtung der gewählten Methodologie	74
4 Studie 1	79
4.1 Methodologie und Forschungsfragen von Studie 1	79
4.2 A priori Analyse der Aufgaben	83
4.2.1 Aufgabe 1: Würfelkonstruktion	84
4.2.2 Aufgabe 2: Verifikation von Würfelschnitten	86
4.2.3 Aufgabe 3: Abstand windschiefer Geraden	87
4.2.4 Aufgabe 4: Paraboloidkonstruktion	90
4.3 Ergebnisse von Studie 1	94
4.3.1 Ergebnisse von Aufgabe 1: Würfelkonstruktion	94
4.3.2 Kurzinterpretation zu Aufgabe 1	95
4.3.3 Ergebnisse von Aufgabe 2: Würfelschnitte	96
4.3.4 Kurzinterpretation zu Aufgabe 2	100
4.3.5 Ergebnisse von Aufgabe 3: Abstand windschiefer Geraden	102
4.3.6 Kurzinterpretation zu Aufgabe 3	103
4.3.7 Ergebnisse von Aufgabe 4: Paraboloidkonstruktion . .	104
4.3.8 Kurzzusammenfassung erster Ergebnisse	104
4.4 Weiterer Forschungsverlauf	106
5 Studie 2	109
5.1 Methodologie und Forschungsfragen von Studie 2	109
5.2 Vorbereitende Sitzung zu Archimedes Geo 3D	113
5.2.1 Thematisierung grundlegender Werkzeugkompetenzen .	113
5.2.2 Schwarze Boxen (1)	117
5.3 Vorbereitende Sitzung zu Cabri 3D	119
5.3.1 Thematisierung grundlegender Werkzeugkompetenzen .	119
5.3.2 Schwarze Boxen (2)	122
5.4 A priori Analyse der Aufgaben	125
5.4.1 Aufgabe 1: Würfelkonstruktion	125
5.4.2 Aufgabe 2: Auffinden von Würfelschnitten	126
5.5 Ergebnisse von Studie 2	127
5.5.1 Ergebnisse von Aufgabe 1: Würfelkonstruktion	127
5.5.2 Analyse der Einzelgruppen von Aufgabe 1	131
5.5.3 Verwendungsweisen des Zugmodus in Aufgabe 1 . . .	138
5.5.4 Auffälligkeiten der Bearbeitungen von Aufgabe 1 .	139
5.5.5 Konsequenzen aus Aufgabe 1	140
5.5.6 Ergebnisse von Aufgabe 2: Auffinden von Würfelschnitten	141
5.5.7 Analyse der Einzelgruppen von Aufgabe 2	143
5.5.8 Verwendungsweisen des Zugmodus in Aufgabe 2 . . .	155

5.5.9	Auffälligkeiten der Bearbeitungen von Aufgabe 2	157
5.5.10	Konsequenzen aus Aufgabe 2	158
5.6	Qualitativer Vergleich zu Ergebnissen aus Studie 1	159
5.7	Reflexion der Ergebnisse auf theoretischer Ebene	160
5.7.1	Definition neuer Zugmodi	162
5.7.2	Klassifikation von Verwendungsweisen des Zugmodus in Aufgabe 1	164
5.7.3	Klassifikation von Verwendungsweisen des Zugmodus in Aufgabe 2	164
5.7.4	Verwendungsweisen des Zugmodus in Studie 2	165
5.8	Weiterer Forschungsverlauf	166
6	Theoretische Basis für Studie 3	169
6.1	Grundlegende Definitionen für 3D-Umgebungen	169
6.2	Vorläufiges Kategoriensystem	171
6.2.1	Definition von Komplexitätsstufen	171
6.2.2	Definition von Artefakteinschränkungen	174
6.2.3	Definition von Verwendungsweisen des Zugmodus	175
6.3	Erweiterungen des vorhandenen Kategoriensystems	179
6.3.1	Erweiterung der Komplexitätsstufen	179
6.3.2	Erweiterung der Artefakteinschränkungen	180
6.3.3	Erweiterung der Verwendungsweisen des Zugmodus	181
6.4	Endgültiges Kategoriensystem für Studie 3	181
7	Studie 3: Ablauf	183
7.1	Methodologie und Forschungsfragen von Studie 3	183
7.2	Themen und Ablauf des Seminars	190
7.2.1	Einführungsveranstaltung zum Seminar	191
7.2.2	Einführung in <i>Cabri 3D</i> und theoretische Grundlagen I (Ha)	193
7.2.3	Einführung in <i>Cabri 3D</i> und theoretische Grundlagen II (Ha)	195
7.2.4	Untersuchung Nummer 1 (Ha)	196
7.2.5	Die Zentralprojektion in <i>Cabri 3D</i> (BW)	198
7.2.6	Die Parallelprojektion in <i>Cabri 3D</i> (Ha)	198
7.2.7	Platonische Körper und ihre Netze (BF)	201
7.2.8	Mentale Rotationen (AL)	203
7.2.9	Untersuchung Nummer 2 (Ha)	204
7.2.10	Würfelgebäude à la BAUWAS (DK1)	204
7.2.11	Schulbücher der Sekundarstufe I und Raumgeometrie (FH)	204

7.2.12	Experimentelles Lösen raumgeometrischer Berechnungsaufgaben (DK2)	207
7.2.13	Kegelschnittkonstruktionen und Dandelinische Kugeln (Ha)	209
7.2.14	Untersuchung Nummer 3 (Ha)	210
7.3	A priori Analyse der Aufgaben	210
7.3.1	Erste Untersuchung 3(1)	211
7.3.2	Zweite Untersuchung 3(2)	216
7.3.3	Dritte Untersuchung 3(3)	223
8	Studie 3: Auswertung (1)	231
8.1	Quantitative Analyse der Konstruktionsaufgaben	234
8.1.1	Aufgabe II: Tetraederkonstruktion	234
8.1.2	Aufgabe III: Oktaederkonstruktion	238
8.1.3	Aufgabe V: Würfelkonstruktion	241
8.1.4	Quantitativer Vergleich der Konstruktionsaufgaben .	243
8.2	Qualitative Analyse der Konstruktionsaufgaben	247
8.2.1	Qualitative Analyse des Datenmaterials von Aufgabe II: Tetraederkonstruktion	247
8.2.2	Qualitative Analyse des Datenmaterials von Aufgabe III: Oktaederkonstruktion	251
8.2.3	Qualitative Analyse des Datenmaterials von Aufgabe V: Würfelkonstruktion	255
8.2.4	Fazit der qualitativen Betrachtungen	258
8.3	Darstellung des Typisierungsprozesses	261
8.3.1	Erarbeitung relevanter Vergleichsdimensionen	261
8.3.2	Gruppierung und Analyse von Regelmäßigkeiten	267
8.3.3	Analyse inhaltlicher Zusammenhänge und Reduktion des Merkmalsraums	268
8.3.4	Charakterisierung der gebildeten Typen	269
9	Studie 3: Auswertung (2)	273
9.1	Quantitative Analyse der explorativen Aufgaben	273
9.1.1	Aufgabe I: Schwarze Boxen	273
9.1.2	Aufgabe IV: Schnittfiguren von Doppelkegel und Würfel	277
9.1.3	Aufgabe VI: Schnittfiguren von Würfel und Ebene .	280
9.1.4	Quantitativer Vergleich der explorativen Aufgaben IV und VI	283
9.2	Qualitative Analyse der explorativen Aufgaben	286

9.2.1	Qualitative Analyse des Datenmaterials von Aufgabe I: Schwarze Boxen	286
9.2.2	Qualitative Analyse des Datenmaterials von Aufgabe IV: Kegelschnitte	289
9.2.3	Qualitative Analyse des Datenmaterials von Aufgabe VI: Würfelschnitte	294
9.3	Darstellung des Typisierungsprozesses	299
9.4	Diskussion der Sättigung von Kategorien	306
10	Aufgabenübergreifende	
	Typologie	307
10.1	Empirische Basis	307
10.1.1	Auswertungen der Gruppe AL	308
10.1.2	Auswertungen der Gruppe BF	311
10.1.3	Auswertungen der Gruppe BW	314
10.1.4	Auswertungen der Gruppe DK1	317
10.1.5	Auswertungen der Gruppe DK2	320
10.1.6	Auswertungen der Gruppe FH	323
10.2	Formulierung einer Nutzertypologie	326
10.2.1	Stellung von formaler Theorie innerhalb der Grounded Theory	326
10.2.2	Aufgabenunabhängige materiale Typologie	327
10.2.3	Aufgabenunabhängige abstrakte Typologie	332
11	Fazit	337
11.1	Zusammenfassung von Ergebnissen	337
11.2	Praxisrelevanz für Lehrende	342
11.3	Ideen für konzeptionelle Entwicklungen	348
11.4	Zukünftige Fragestellungen	349
	Literaturverzeichnis	353
	Anhang	371