

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	XIII
----------------------	------

Kapitel I

Grundbegriffe

§ 1. Funktionen und Operationen	1
1.1. Alphabet, Worte	1
1.2. Funktionen, Terme	3
1.3. Algebren	7
1.4. Kodierung	9
Beispiele und Übungen	11
§ 2. Grundlegende berechenbare Operatoren	12
2.1. Einsetzung partieller Funktionen	12
2.2. Operator der primitiven Rekursion	14
2.3. Operation der Minimalisierung	20
2.4. Allgemein rekursive Funktionen	25
Beispiele und Übungen	26

Kapitel II

Primitiv rekursive Funktionen und rekursiv aufzählbare Mengen

§ 3. Primitiv rekursive Funktionen	29
3.1. Die Operationen der Summation und der majorisierten Umkehrung	29
3.2. Primitive Rekursivität einiger arithmetischer Funktionen	33
3.3. Aufzählung von Paaren und von n -Tupeln von Zahlen	39
3.4. Abhängigkeiten zwischen den Operatoren der primitiven Rekursion und der Minimalisierung	44
3.5. Einstellige primitiv rekursive Funktionen	48
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	56
§ 4. Rekursiv aufzählbare Mengen	57
4.1. Rekursive und primitiv rekursive Mengen	57
4.2. Rekursiv aufzählbare Mengen	59
4.3. Erzeugte Mengen	61
4.4. Mengen von n -Tupeln natürlicher Zahlen	64
Beispiele und Übungen	69

Kapitel III

Allgemein rekursive und partiell rekursive Funktionen

§ 5. Allgemein rekursive Funktionen	70
5.1. Rekursionen der zweiten Stufe	70
5.2. Universelle allgemein rekursive Funktionen	75
5.3. Stark wachsende Funktionen	81
5.4. Umkehrung von Funktionen. ROBINSONS Algebra	85
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	89
§ 6. Partiiell rekursive Funktionen	90
6.1. Parametrisierung partiell rekursiver Funktionen	91
6.2. Universelle partiell rekursive Funktionen	96
6.3. Vervollständigung von Funktionen. Konstruktion einer nicht-rekursiven, rekursiv aufzählbaren Menge	98
6.4. Untersuchung der KLEENESchen Darstellung	102
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	104

Kapitel IV

Aufgezählte Gesamtheiten

§ 7. Aufzählungen von Gesamtheiten von Mengen und Funktionen	108
7.1. KLEENES universelle Funktionen	108
7.2. KLEENESche Aufzählung	111
7.3. POSTSche Aufzählung	113
7.4. Eindeutige Aufzählungen	119
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	127
§ 8. Reduzierbarkeit und Kreativität von Mengen	128
8.1. Reduzierbarkeit und m -Äquivalenz von Mengen	128
8.2. Produktive und kreative Mengen	130
8.3. Einfache Mengen	134
8.4. Maximale Mengen	135
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	140
§ 9. Aufzählungen beliebiger Gesamtheiten	144
9.1. Isomorphie und Äquivalenz von Aufzählungen	144
9.2. 1-1-Reduzierbarkeit von Aufzählungen	148
9.3. Totale Aufzählungen	154
9.4. Familien von Objekten aus aufgezählten Gesamtheiten	159
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	161
§ 10. Universelle und kreative Systeme von Mengen	162
10.1. m -Universalität von Mengensystemen	163
10.2. Kreative Systeme von Mengen	166
10.3. Rekursiv untrennbare Mengen	169
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	172

Kapitel V

Algorithmen und Turing-Maschinen

§ 11. Wortmengen und Wortfunktionen	174
11.1. Wortmengen	175
11. 2. Grundlegende Wortoperatoren	178
11. 3. Direkte Definition der Klasse der partiell rekursiven Wortfunktionen	185
Ergänzungen und Beispiele	187
§ 12. TURING-Maschinen	188
12.1. TURING-POST-Maschinen	188
12.2. Berechenbare Funktionen	194
12.3. Synthese von TURING-Maschinen	199
12.4. Theoreme über den Graph und über die Existenz von universellen partiell rekursiven Funktionen	211
12.5. Universelle Maschinen	218
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	220
§ 13. Anwendungen	222
13.1. Das Wortproblem für Halbgruppen	222
13.2. Allgemeingültige Ausdrücke des Prädikatenkalküls der ersten Stufe	230
13.3. Arithmetische Mengen	236
13.4. Ausdrücke der zweiten Stufe	241
Ergänzungen und Beispiele	242

Kapitel VI

Varianten der Maschinen und Algorithmen von Turing und Post

§ 14. Normale Algorithmen und Operator-Algorithmen	247
14.1. Formale Systeme. Post-Produktionen	247
14.2. Normale Algorithmen	252
14.3. Operator-Algorithmen	254
Ergänzungen und Beispiele	263
§ 15. Mehrbandmaschinen und TAG-Systeme	263
15.1. Allgemeine Mehrbandmaschinen	264
15.2. MINSKY-Maschinen	266
15.3. Homogene Produktionen. TAG-Systeme	276
Ergänzungen, Beispiele und Übungen	281
§ 16. Diophantische Gleichungen	284
16.1. Diophantische Prädikate und Funktionen	284
16.2. Arithmetische Darstellung	290
16.3. Repräsentierbarkeit natürlicher Zahlen durch Polynome	295
16.4. Exponentielle Gleichungen	298
Beispiele und Übungen	305
Anhang	
Die rekursive Unlösbarkeit des zehnten HILBERTschen Problems	307
Literatur	321
Hauptsächlich verwendete Bezeichnungen	327
Namenverzeichnis	330
Sachverzeichnis	331