

W. V. O. Quine

# **Mengenlehre und ihre Logik**



Friedr. Vieweg + Sohn · Braunschweig

## Inhaltsverzeichnis

<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>Erster Teil: Die Elemente</b>	
<b>I. Logik</b>	<b>7</b>
1. Quantifizierung und Identität	7
2. Virtuelle Klassen	12
3. Virtuelle Relationen	16
<b>II. Reale Klassen</b>	<b>21</b>
4. Realität, Extensionalität und Individuen	21
5. Das Virtuelle unter dem Realen	26
6. Identität und Einsetzung	30
<b>III. Klassen von Klassen</b>	<b>35</b>
7. Einerklassen	35
8. Vereinigungen, Durchschnitte, Kennzeichnungen	39
9. Relationen als Klassen von Klassen	43
10. Funktionen	48
<b>IV. Natürliche Zahlen</b>	<b>54</b>
11. Zahlen – naiv	54
12. Zahlen – konstituiert	59
13. Induktion	63
<b>V. Iteration und Arithmetik</b>	<b>70</b>
14. Folgen und Iterierte	70
15. Die Vorfahrenrelation	74
16. Summe, Produkt, Potenz	79
<b>Zweiter Teil: Höhere Zahlformen</b>	
<b>VI. Reelle Zahlen</b>	<b>85</b>
17. Programm; Zahlenpaare	85
18. Rationale und reelle Zahlen – konstituiert	89
19. Existenzforderungen, Operationen und Erweiterungen	93
<b>VII. Ordnung und Ordinalzahlen</b>	<b>99</b>
20. Transfinite Induktion	99
21. Ordnung	104
22. Ordinalzahlen	108
23. Sätze über Ordinalzahlen	116
24. Die Ordnung der Ordinalzahlen	123

<b>VIII. Transfinite Rekursion</b>	126
25. Transfinite Rekursion	126
26. Sätze über transfinite Rekursion	131
27. Aufzählung	134
<b>IX. Kardinalzahlen</b>	139
28. Relative Größe von Klassen	139
29. Das <i>Schröder-Bernsteinsche</i> Theorem	146
30. Unendliche Kardinalzahlen	151
<b>X. Das Auswahlaxiom</b>	157
31. Selektionen und Selektoren	157
32. Weitere äquivalente Formulierungen des Axioms	162
33. Die Stellung des Axioms	167

### Dritter Teil: Axiomensysteme

<b>XI. Die Russellsche Typentheorie</b>	175
34. Der konstruktive Teil	175
35. Klassen und das Reduzibilitätsaxiom	181
36. Die moderne Typentheorie	189
<b>XII. Universelle Variablen und Zermelo</b>	194
37. Die Typentheorie mit universellen Variablen	194
38. Kumulative Typen und <i>Zermelo</i>	198
39. Unendlichkeitsaxiome und andere	204
<b>XIII. Stratifizierung und äußerste Klassen</b>	210
40. New foundations	210
41. Nicht- <i>Cantorsche</i> Klassen. Noch einmal Induktion	214
42. Hinzufügen äußerster Klassen	219
<b>XIV. Das System von von Neumann und andere Systeme</b>	227
43. Das System von <i>von Neumann-Bernays</i>	227
44. Abweichungen und Vergleiche	231
45. Die Stärke der verschiedenen Systeme	237

### Vierter Teil: Anhang

<b>I. Zusammenstellung von fünf Axiomensystemen</b>	243
<b>II. Liste durchnummerierter Formeln</b>	244
<b>III. Bibliographie</b>	251
<b>Sachwortverzeichnis</b>	259