

Inhaltsverzeichnis

Erster Teil: Boolesche Algebren

1.	Begriffe zur Mengenlehre	
1.1.	Der „intuitive“ Begriff der Anhäufung, der Ansammlung und der Menge	1
1.2.	Der mathematische Begriff der Menge	2
1.3.	Verfahren zur Definition einer Menge	5
1.4.	Bezeichnungen	5
1.5.	Die Inklusion	6
1.6.	Teilmenge. Teil. Leere Menge. Komplement	7
1.7.	Verknüpfungen von Mengen	7
1.8.	Die Gültigkeit des Distributivgesetzes der Vereinigung und der Durchschnittsbildung	11
1.9.	Das Produkt zweier Mengen	14
1.10.	Zuordnungen von Mengen	15
1.11.	Kompositionsabbildung. Fortsetzung und Beschränkung	16
1.12.	Indizierung	17
1.13.	Die Mächtigkeit einer Menge	19
1.14.	Übungen	21
2.	Binäre Relationen (Äquivalenzrelationen – Ordnungsrelationen)	
	Exkurs über Zahlensysteme (Binäres Zahlensystem)	
2.1.	Binäre Relationen	22
2.1.1.	Einleitung	22
2.1.2.	Äquivalenzrelationen	22
2.1.3.	Äquivalenzklasse, Quotientenmenge	24
2.1.4.	Ordnungsrelationen	25
2.2.	Das binäre Zahlensystem	29
2.2.1.	Exkurs über die Zahlensysteme	29
2.2.2.	Das Binärsystem	31
2.2.3.	Operationen im Binärsystem	33
2.2.4.	Das oktale und das binäre System	33
2.2.5.	Die zur Darstellung einer Dezimalzahl notwendige Anzahl von binären Ziffern	34
2.3.	Übungen	35
3.	Definitionen und Eigenschaften der Booleschen Algebra	
3.1.	Wichtige Eigenschaften und Anwendungen	37
3.1.1.	Einführung	37
3.1.2.	Wiederholung der Eigenschaften der Inklusion	38
3.1.3.	Weitere Eigenschaften	38
3.1.4.	Das Distributivgesetz	40
3.1.5.	Die Formel von A. de Morgan	41
3.1.6.	Anwendung auf Probleme der Mengenalgebra	42
3.2.	Maxterme, Minterme – Erste Berechnungen auf Booleschen Funktionen	47
3.2.1.	Definitionen	47

3.2.2.	Indizierung und Aufzählung der Minterme und Maxterme	50
3.2.3.	Erstes Studium der Funktionen von zwei Klassen	52
3.2.4.	Eigenschaften von Booleschen Funktionen bei einfachen Berechnungen	55
3.3.	Übungen	59
4.	Die beiden Normalformen	
4.1.	Eigenschaften der Minterme und Maxterme	61
4.2.	Die erste Normalform	63
4.3.	Die zweite Normalform	67
4.4.	Überführung der ersten in die zweite Normalform und umgekehrt	70
4.5.	Weitere Theoreme über die elementaren Kompositionen	71
4.6.	Bestimmung der disjunktiven Normalform	74
5.	Elementare Komponenten und erste Vereinfachungen von Funktionen	
5.1.	Elementare Komponenten	80
5.2.	Verschiedene Funktionen, die effektiv von n Variablen abhängen	81
5.3.	Die zum Ausdrücken einer Funktion in n Klassen maximale Anzahl von notwendigen Operationszeichen	85
5.4.	Gebrauch der Exponentialentwicklung zur Vereinfachung der Ausdrücke	88
5.5.	Anzahl der logischen Elemente	93
5.6.	Übungen zu den Kapiteln 4 und 5	95
6.	Binäre Boolesche Algebra	
6.1.	Charakteristische Funktionen der Klassen	96
6.2.	Die charakteristische Funktion eines Durchschnitts	96
6.3.	Die charakteristische Funktion einer Vereinigung	97
6.4.	Die charakteristische Funktion und die Negation	99
6.5.	Binäre Algebra	100
6.6.	Wertetafeln	101
6.7.	Funktionen in Booleschen Variablen. Normalformen	103
6.8.	Tabelle von Aiken	109
6.9.	Relationen der Booleschen Algebra	110
6.10.	Die Operation der disjunktiven Summe und die Operation von Sheffer	112
6.11.	Axiomatik der Booleschen Algebra	115
6.12.	Übungen	117
7.	Geometrische Darstellung der Booleschen Funktionen	
7.1.	Funktionen in zwei Variablen	119
7.2.	Funktionen in drei Variablen	123
7.3.	Funktionen in vier Variablen	125
7.4.	Übungen	132
8.	Boolesche Gleichungen. Gitter	
8.1.	Boolesche Gleichungen	133
8.1.1.	Kurze Wiederholung früherer Ergebnisse	133
8.1.2.	Disjunktive Normalform	133
8.1.3.	Boolesche Probleme. Codierung	135

8.1.4.	Ganze algebraische Funktionen und Gleichungen	136
8.1.5.	Boolesche Gleichungen	137
8.1.6.	Boolesche Funktionen, mit deren Hilfe sich alle anderen Funktionen darstellen lassen	142
8.1.7.	Boolesche Algebra und gewöhnliche Algebra	143
8.2.	Bemerkungen über Gitter	145
8.2.1.	Einleitung: Rückblick auf binäre Relationen	145
8.2.2.	Teilweise geordnete Mengen. Definitionen	146
8.2.3.	Bezeichnungen	151
8.2.4.	Gitter	151
8.2.5.	Modulares Gitter	164
8.2.6.	Distributives Gitter	165
8.2.7.	Komplementäres Gitter	169
8.2.8.	Boolesches Gitter. Boolescher Ring	172
8.2.9.	Klassifizierung der Gitter	178
8.2.10.	Globale Operationen	181
8.2.11.	Rolle der irreduziblen Elemente in einem distributiven Gitter	182
8.3.	Übungen	183
9.	Methoden der Reduktion Boolescher Funktionen	
9.1.	Boolesche Berechnung	186
9.2.	Kanonische Transpositionen	190
9.3.	Diagramme von Veitch	192
9.4.	Tafeln von Havard	197
9.5.	Die Quinesche Methode	208
9.6.	Bestimmung der optimalen Lösungen	217
9.7.	Methoden der Faktorisierung	221
9.8.	Übungen	224
10.	Anwendung der Booleschen Algebra in der operationellen Forschung	
10.1.	Anwendung der distributiven Gitter	225
10.2.	Anwendungen auf klassische Probleme	235
Zweiter Teil: Übungsbeispiele zur Booleschen Algebra		
11.	Boolesche Operationen auf Mengen	264
12.	Übungen aus dem Gebiet der binären Relationen	270
13.	Übungen zur Einführung in die Boolesche Algebra	284
14.	Übungen zu den kanonischen Formen und den Elementargliedern	300
15.	Wahrheitstafeln. Verwendung neuer Boolescher Operationen	310
16.	Die geometrische Darstellung	322
17.	Boolesche Gleichungen – Verbände	330
18.	Methode zur Reduktion Boolescher Funktionen	365
Namen- und Sachwortverzeichnis		376