

Inhaltsverzeichnis

<i>Vorworte</i>	V
§ 1. Die Vektordefinition und einfachere Gesetzmäßigkeiten	
1.1 <i>Skalare und Vektoren</i>	1
Skalare	1
Vektoren	1
Der Betrag eines Vektors	4
1.2 <i>Die Summe und die Differenz von Vektoren</i>	4
Eigenschaften der Vektorsumme	4
Das Kraftpolygon	5
Die Vektordifferenz	5
1.3 <i>Die Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar</i>	6
Zur Definition	6
Beispiele aus der Physik	7
Das distributive Gesetz	8
1.4 <i>Einsvektoren</i>	8
1.5 <i>Die lineare Abhängigkeit von Vektoren</i>	9
Die Kollinearität	9
Die Komplanarität	9
Vektoren im dreidimensionalen Raum	10
Der Beweis durch Vektorrechnung, daß sich die Diagonalen in einem Parallelogramm gegenseitig halbieren	11
Das Raumgitter	11
1.6 <i>Die Zerlegung eines Vektors in Komponenten</i>	13
Definition der Vektorzerlegung	13
Beispiele aus der Physik	14
Zerlegung in orthogonale Komponenten	14
1.7 <i>Das kartesische Koordinatensystem</i>	15
Die Kennzeichnung des kartesischen Systems durch seine Koordinatenvektoren	15
Ortsvektoren	16
Vektorgleichungen in kartesischen Koordinaten	17
Die Formulierung physikalischer Gesetzmäßigkeiten in kartesischen Koordinaten	17
1.8 <i>Übungsaufgaben Nr. 1 bis Nr. 14</i>	17

§ 2. Produkte zweier Vektoren

2.1	<i>Das skalare Produkt</i>	20
	Definitionsmöglichkeiten von Produkten von Vektoren	20
	Ein Beispiel aus der Physik	20
	Die Definition des skalaren Produktes	20
	Eigenschaften des skalaren Produktes	21
	Eigenschaften, die das skalare Produkt nicht hat	22
	Sonderfälle von skalaren Produkten	23
	Zwei Beispiele zu den Sonderfällen des skalaren Produktes	23
	Die skalaren Produkte der Koordinatenvektoren	24
	Die skalare Multiplikation eines Vektors mit einem Einsvektor	24
2.2	<i>Geometrische und physikalische Anwendungsbeispiele zum skalaren Produkt</i>	24
	Der Kosinussatz der ebenen Trigonometrie	24
	Satz: Die Summe der Quadrate über den Diagonalen eines Parallelogramms ist gleich der Summe der Quadrate über den vier Seiten	25
	Die Gleichung einer Ebene	25
	Laues Interferenzbedingung	26
	Die Millerschen Indizes	27
	Die Phase einer ebenen Welle	28
2.3	<i>Die Komponentendarstellung des skalaren Produktes</i>	28
2.4	<i>Die Transformation kartesischer Komponenten</i>	29
	Die Verschiebung des Koordinatensystems	29
	Die Drehung des Koordinatensystems	30
	Ein Beispiel: Drehung des Koordinatensystems um die z-Achse	31
2.5	<i>Übungsaufgaben zum skalaren Produkt Nr. 15 bis Nr. 34</i>	32
2.6	<i>Das dyadische Produkt</i>	34
	Zur Definition	34
	Eigenschaften des dyadischen Produktes	35
2.7	<i>Die Komponentendarstellung des dyadischen Produktes</i>	36
2.8	<i>Das Vektorprodukt</i>	37
	Ein Beispiel aus der Geometrie	37
	Die Definition des Vektorproduktes	37
	Eigenschaften des Vektorproduktes	38
	Eigenschaften, die das Vektorprodukt nicht hat	41
	Sonderfälle von Vektorprodukten	42
	Zwei Beispiele zu den Sonderfällen des Vektorproduktes	42
	Die Vektorprodukte der Koordinatenvektoren	44
	Die vektorielle Multiplikation eines Vektors mit einem Einsvektor	44
2.9	<i>Geometrische und physikalische Anwendungsbeispiele zum Vektorprodukt</i>	44
	Der Sinussatz der ebenen Trigonometrie	44
	Der Abstand zweier Geraden	45
	Der infinitesimale Winkel	45
	Die magnetische Kraft auf eine bewegte elektrische Punktladung	47
	Die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter	47
	Das Drehmoment einer Kraft	48
	Das Drehmoment eines Kräftepaares	49

2.10 Die Komponentendarstellung des Vektorproduktes	49
---	----

2.11 Übungsaufgaben zum Vektorprodukt und zum dyadischen Produkt	
Nr. 35 bis Nr. 43	51

§ 3. Die Differentiation von Vektoren nach Skalaren

3.1 Die Definition des Differentialquotienten eines Vektors nach einem Skalar	52
Der Differentialquotient als Grenzwert	52
Ein Beispiel: Der Geschwindigkeitsvektor	52
Die Differentiation einer Vektorsumme	53
Die Differentiation eines Produktes aus Vektor und Skalar	53
Ein Beispiel: Differentiation eines Vektors, der als Produkt aus Betrag und Einsvektor dargestellt ist	54
Die Differentiation eines Vektors in kartesischen Koordinaten	55
Ein Beispiel: die Geschwindigkeit in kartesischen Koordinaten	55
Ein Beispiel für mehrfache Differentiation: der Beschleunigungsvektor	56
3.2 Die Differentiation von Produkten von Vektoren	58
Die Differentiation des skalaren Produktes	58
Die Differentiation des Vektorproduktes	59
3.3 Anwendungsbeispiele aus der Geometrie	59
Die Frenetschen Formeln	59
3.4 Anwendungsbeispiele aus der Physik	62
Die Rotationsgeschwindigkeit eines starren Körpers	62
Die Bewegung einer elektrischen Ladung in einem homogenen Magnetfeld	63
Der Flächensatz (zweites Keplersches Gesetz)	65
Das beschleunigte, jedoch nicht rotierende Bezugssystem	66
Das rotierende Bezugssystem	67
Die Bewegungsgleichung eines Systems von Massenpunkten	71
Das Drehmoment auf ein System von Massenpunkten	72
Dralländerung und Drehmoment auf ein System von Massenpunkten	73
3.5 Übungsaufgaben Nr. 44 bis Nr. 55	73

§ 4. Mehrfache Produkte von Vektoren

4.1 Das Spatprodukt	75
Definition	75
Eigenschaften des Spatproduktes	75
Das Spatprodukt in kartesischen Koordinaten	77
4.2 Der Entwicklungssatz	77
4.3 Das gemischte Dreifachprodukt	80
4.4 Die Überschiebung zweier dyadischer Produkte	80
4.5 Anwendungsbeispiele aus der Geometrie	81
Der Sinussatz der sphärischen Trigonometrie	81
Die Kosinussätze der sphärischen Trigonometrie	82
Zu den Frenetschen Formeln	83

4.6	<i>Anwendungsbeispiele aus der Physik</i>	84
	Das Drehmoment	84
	Die Energie eines Dipols im elektrischen Feld	85
	Die induzierte Spannung in einem geradlinigen, bewegten Leiter	86
	Die Driftgeschwindigkeit geladener Partikel in Gasentladungen	86
	Das reziproke Gitter	88
	Die Bedeutung des reziproken Gitters	90
	Anwendung des reziproken Gitters, die Ewaldsche Ausbreitungskugel	92
	Die Braggsche Interferenzbedingung	93
4.7	<i>Übungsaufgaben</i> Nr. 56 bis Nr. 66	94
 § 5. Der Gradient		
5.1	<i>Das Skalarfeld und der Gradient</i>	96
	Der Begriff des Gradienten	96
	Der Gradient in kartesischen Koordinaten	97
	Die Richtungsableitung einer Ortsfunktion	99
	Das totale Differential	100
	Der Gradient einer Summe	100
	Der Gradient eines Produktes	100
	Der Gradient der Funktion einer Ortsfunktion	101
5.2	<i>Das Gradientenfeld</i>	101
	Vektorlinien	101
	Das Linienintegral eines Gradienten	101
	Das Potentialfeld	104
	Die Berechnung von Linienintegralen	105
5.3	<i>Anwendungsbeispiele</i>	106
	Die Tangentialfläche an eine gekrümmte Fläche	106
	Physikalische Anwendungen des Potentialbegriffs	107
	Das elektrostatische Feld	108
	Die potentielle Energie eines Moleküls mit elektrischem Dipolmoment	109
	Elektrizitätsleitung und Wärmeleitung	110
	Die Diffusion	111
5.4	<i>Das Vektorfeld und der Vektorgradient</i>	111
	Der Begriff des Vektorgradienten	111
	Die Richtungsableitung in einem Vektorfeld	113
	Der Vektorgradient in kartesischen Koordinaten	
	Der substantielle (oder auch konvektive) zeitliche Differentialquotient in einem strömenden Medium	113
	Die hydrodynamische Grundgleichung	115
	Die Reihenentwicklung von Ortsfunktionen	116
	Die Kraftwirkung eines elektrischen Feldes auf eine Anzahl elektrischer Punktladungen	117
5.5	<i>Übungsaufgaben</i> Nr. 67 bis Nr. 91	118
 § 6. Die Divergenz und die Rotation		
6.1	<i>Das Quellenfeld und der Begriff der Divergenz</i>	122
	Vektorlinien	122

Der Vektorfluß	122
Vektorröhren	124
Die Divergenz	125
Die Divergenz einer Summe	127
Die Divergenz eines Produktes aus ortsabhängigem Vektor und konstantem Skalar	127
Die Divergenz in kartesischen Koordinaten	127
6.2 Der Gaußsche Integralsatz	128
Der Gaußsche Satz	128
Die Berechnung von Flächenintegralen in kartesischen Koordinaten	129
Die Berechnung von Volumenintegralen in kartesischen Koordinaten	132
6.3 Anwendungsbeispiele	134
Die Wärmeleitungsgleichung	134
Das Strömungsfeld einer inkompressiblen Flüssigkeit	135
Das quellenfreie elektrostatische Feld	135
Die Herleitung der Grundformel der kinetischen Gastheorie aus dem Virialsatz	135
Das elektrostatische Feld einer Punktladung	136
Das Feld in der Grenzschicht einer Halbleiter-Diode	138
6.4 Das Wirbelfeld und der Begriff der Rotation	141
Die Zirkulation und die Zirkulationsdichte	141
Die Rotation	141
Der Rotor einer Summe	143
Der Rotor eines Produktes aus ortsabhängigem Vektor und konstantem Skalar	144
Der Rotor in kartesischen Koordinaten	144
6.5 Der Stokessche Integralsatz	145
Die Gesamtzirkulation aneinandergrenzender Flächen	145
Der Stokessche Satz	146
6.6 Anwendungsbeispiele	147
Der Rotor des Geschwindigkeitsvektors bei der Drehung eines starren Körpers	147
Ein Beispiel für ein Strömungsfeld einer laminar strömenden viskosen Flüssigkeit	148
Anwendung des Durchflutungsgesetzes zur Feldstärkenberechnung	148
Die Maxwell'schen Gleichungen	149
6.7 Übungsaufgaben Nr. 92 bis Nr. 117	151

§ 7. Erweiterte räumliche Differentiation

7.1 Der Nabla-Operator	153
Die Verallgemeinerung des Gaußschen Satzes	153
Der Operator Nabla	154
Der Operator Nabla in kartesischen Koordinaten	155
Die Invarianz des ∇ -Operators gegen Drehung des Koordinatensystems	156
7.2 Die räumliche Differentiation von Produkten	157
Der Einwirkungspfeil	157
$\text{grad}(S T)$	157
$\text{div}(S A)$	158
$\text{rot}(S A)$	158
$\text{div}(A \times B)$	158
$\text{div}(A B)$	158

rot ($\mathbf{A} \times \mathbf{B}$)	159
grad ($\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$)	159
7.3 Die Kettenregel bei räumlicher Differentiation	160
7.4 Mehrfache räumliche Differentiation	162
Die Rotation eines Gradienten	162
Die Divergenz einer Rotation	162
Der Laplace-Operator	163
Anwendung des Laplace-Operators auf Vektoren	164
Anwendung des Laplace-Operators auf Produkte	166
Die Greenschen Integralsätze	167
7.5 Anwendungsbeispiele	168
Die Energiedichte des elektrischen Feldes	168
Die Wellengleichung als Folge der Maxwell'schen Gleichungen	170
Die Eichung des Vektorpotentials	171
Die Kontinuitätsgleichung bei kompressiblen Medien	172
Erweiterung der Kontinuitätsgleichung auf chemische Reaktionen	173
Der Lagrange-Satz über die Wirbelfreiheit	174
Das Quadrupolmoment	176
7.6 Übungsaufgaben Nr. 118 bis Nr. 130	177

§ 8. Zylinder- und Kugelkoordinaten

8.1 Zylinderkoordinaten	179
Die Koordinaten-Umrechnung	179
Die Vektordarstellung in Zylinderkoordinaten	180
Die Transformationsgleichungen für Vektoren	181
Spezielle Vektoren in Zylinderkoordinaten	182
8.2 Differentiationen in Zylinderkoordinaten	182
Die Differentiation der Koordinaten-Einsvektoren	183
Der Gradient in Zylinderkoordinaten	186
Die Divergenz in Zylinderkoordinaten	187
Der Laplace-Operator in Zylinderkoordinaten	187
Die Rotation in Zylinderkoordinaten	189
Die Zweckmäßigkeit der Zylinderkoordinaten für zylindersymmetrische Felder	190
8.3 Kugelkoordinaten	190
Die Koordinaten-Umrechnung	191
Die Transformationsgleichungen für Vektoren	192
8.4 Differentiationen in Kugelkoordinaten	192
Die Differentiation der Koordinaten-Einsvektoren	193
Der Gradient in Kugelkoordinaten	194
Die Divergenz in Kugelkoordinaten	195
Der Laplace-Operator in Kugelkoordinaten	196
Die Rotation in Kugelkoordinaten	197
Die Zweckmäßigkeit von Kugelkoordinaten bei kugelsymmetrischen Feldern	198
8.5 Flächen- und Volumenintegrale in Zylinderkoordinaten	198
Das Flächenintegral über eine Kreisfläche	198

Das Flächenintegral über eine Zylinderfläche	199
Das Flächenintegral über eine Kugel­fläche	199
Das Volumenintegral über einen zylindrischen Bereich	200
Das Volumenintegral über eine Kugel	200
8.6 Anwendungsbeispiele	201
Das Hagen-Poiseuillesche Gesetz	201
Eine besondere Eigenschaft der Funktion $S = 1/r$	203
Anwendung des Greenschen Satzes zur Integration der Poisson­gleichung	204
Aufbau eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln	206
8.7 Übungsaufgaben Nr. 131 bis Nr. 148	208
Lösungen der Übungsaufgaben	210
Sachverzeichnis	237