

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

§ 1. Innere Produkte	1
§ 2. Determinanten und Vektorprodukte	4
§ 3. Invarianten bei Abbildungsgruppen, vollständiges Invariantensystem einer endlichen Punktmenge	7
§ 4. Ein vollständiges System unabhängiger Invarianten einer endlichen Punktmenge	12

1. Kapitel

Kurventheorie

§ 5. Bogenlänge	15
§ 6. Tangente und Schmieg Ebene	17
§ 7. Krümmung und Windung	20
§ 8. Rechnerische Bestimmung der Invarianten einer Kurve	23
§ 9. Formeln von Frenet	28
§ 10. Über das Vorzeichen der Windung	31
§ 11. Kinematische Deutung von Frenets Formeln	33
§ 12. Ebene Kurven, Vierscheitelsatz	35
§ 13. Krümmungsmittelpunkt und Schmiegleichung	37
§ 14. Schmiegleichung	38
§ 15. Bertrand-Kurven	40
§ 16. Natürliche Gleichungen	41
§ 17. Hilfssatz über lineare Differentialgleichungen	44
§ 18. Böschungslinien	45
§ 19. Böschungslinien auf einer Kugel	47
§ 20. Böschungslinien auf einem Drehparaboloid	48
§ 21. Evoluten, Evoluten	49
§ 22. Isotrope Kurven	50
§ 23. Integrallose Darstellung der isotropen Kurven	52
§ 24. Übungsaufgaben und Bemerkungen	54

2. Kapitel

Extreme bei Kurven

§ 25. Die erste Variation der Bogenlänge	59
§ 26. Variationsprobleme von J. Radon	61
§ 27. Bestimmung der Extremalen unserer Variationsprobleme	63

§ 28. Die Isoperimetrie des Kreises	65
§ 29. Beweis von E. Schmidt	67
§ 30. Ein Beweis von A. Hurwitz	69
§ 31. Sätze über Raumkurven mit vorgegebener Krümmung	72
§ 32. Übungsaufgaben und Bemerkungen	77

3. Kapitel

Streifen

§ 33. Das begleitende Dreibein eines Streifens	80
§ 34. Geometrische Deutung der Invarianten eines Flächenstreifens	82
§ 35. Krümmungsstreifen, Schmiegestreifen und geodätische Streifen	85
§ 36. Drehung eines Streifens um seine Kurve	87
§ 37. Verbiegung eines Streifens	89
§ 38. Der Parallelismus von Levi-Civita	92
§ 39. Beweis von Radon für einen Satz von E. Schmidt	94
§ 40. Übungsaufgaben und Bemerkungen	97

4. Kapitel

Anfangsgründe der Flächentheorie

§ 41. Die erste Grundform	99
§ 42. Die zweite Grundform	103
§ 43. Sätze von Meusnier und Euler	104
§ 44. Hauptkrümmungen	108
§ 45. Das Gaußsche Theorema egregium	110
§ 46. Krümmungslinien	112
§ 47. Nabelpunkte	115
§ 48. Satz von Dupin über rechtwinklige Flächennetze	116
§ 49. Die winkeltreuen Abbildungen des euklidischen Raumes	119
§ 50. Gauß' sphärisches Abbild einer Fläche	121
§ 51. Normalensysteme	124
§ 52. Asymptotenlinien	125
§ 53. Asymptotenlinien auf Regelflächen	127
§ 54. Konjugierte Netze	129
§ 55. Ableitungsformeln von Weingarten	130
§ 56. Satz von Beltrami und Enneper über die Windung der Asymptotenlinien	133
§ 57. Die Ableitungsformeln von Gauß	134
§ 58. Integrierbarkeitsbedingungen von Gauß und Codazzi	135
§ 59. Fundamentalsatz der Flächentheorie	138
§ 60. Ein Hilfssatz über ein System von linearen partiellen Differentialgleichungen	140
§ 61. Kovariante Richtungsableitung eines Tangentialvektorfelds der Fläche	145
§ 62. Kovektoren und Tensoren auf einer Fläche	147
§ 63. Kovariante Ableitung von Tensorfeldern	149
§ 64. Ableitungsbedingungen und Integrierbarkeitsbedingungen der Flächentheorie in Tensorschreibweise	152
§ 65. G. Monge	155
§ 66. Übungsaufgaben und Bemerkungen	156

5. Kapitel

Cartansche Differentialformen auf einer Fläche

§ 67. Definition, alternierendes Produkt und äußeres Differential von Differentialformen	162
§ 68. Rechengesetze, Transformation von Differentialformen	166
§ 69. Zusammenhang der Differentialformen mit Tensoren	170
§ 70. Ableitungsgleichungen und Integrierbarkeitsbedingungen für die „beweglichen Dreieine“ E. Cartans	173
§ 71. Grundgrößen der Flächentheorie in Cartanscher Schreibweise	175
§ 72. Invariante Ableitungen bezüglich eines Paares von Pfaffschen Formen	178
§ 73. Ableitungsgleichungen und Integrierbarkeitsbedingungen in invarianter Schreibweise	182
§ 74. Gesimsflächen und Kanalflächen	186
§ 75. Übungsaufgaben und Bemerkungen	190

6. Kapitel

Innere Geometrie einer Fläche

§ 76. Verbiegung	192
§ 77. Geodätische Krümmung	195
§ 78. Geodätische Linien	196
§ 79. Geodätische Polarkoordinaten	199
§ 80. Biegungsinvariante Deutung des Krümmungsmaßes	203
§ 81. Zwei verschiedene Erklärungen der geodätischen Kreise	204
§ 82. Flächen festen Krümmungsmaßes	205
§ 83. Abbildung der Flächen festen negativen Krümmungsmaßes auf Poincarés Halbebene	207
§ 84. Längentreue Abbildungen einer Fläche mit $K = -1$ auf sich selbst	210
§ 85. Das Integral der geodätischen Krümmung	214
§ 86. Folgerungen aus der Integralformel von Gauß und Bonnet	216
§ 87. Über Hüllkurven von geodätischen Linien	218
§ 88. Beltramis erster Differentiator	220
§ 89. Eine geometrische Anwendung des ersten Differentiators von Beltrami	222
§ 90. Beltramis zweiter Differentiator	224
§ 91. Integralformeln von Gauß und Green	225
§ 92. Zwei neue Formeln für die geodätische Krümmung	227
§ 93. Isotherme Parameter	228
§ 94. Winkeltreue Abbildung	231
§ 95. Die Förderung der Flächentheorie durch Gauß	232
§ 96. Übungsaufgaben und Bemerkungen	233

7. Kapitel

Fragen der Flächentheorie im Großen

§ 97. Begriff einer differentialgeometrischen Fläche	237
§ 98. Gesamtkrümmung geschlossener Flächen	241
§ 99. Die Indexsummenformel Poincarés	246
§ 100. Geschlossene Flächen mit konstanter mittlerer Krümmung	250
§ 101. Geschlossene Flächen mit konstanter Gaußscher Krümmung	253

§ 102. Die Integralformeln Minkowskis	255
§ 103. Kongruenzsätze bzw. Ähnlichkeitssätze für zwei durch Parallelprojektion bzw. Zentralprojektion aufeinander bezogene geschlossene Flächen	259
§ 104. Kongruenzsätze für zwei durch parallele Normalen aufeinander bezogene Eiflächen	268
§ 105. Ein Kongruenzsatz für isometrische Eiflächen	274
§ 106. Verbiegung geschlossener Flächen	281
§ 107. Existenz geschlossener bzw. vollständiger Flächen mit vorgegebener erster Grundform	286
§ 108. Das Vorhandensein kürzester Wege auf Flächen mit vollständiger innerer Flächenmetrik	291
§ 109. Schnittort und konjugierte Punkte	298
§ 110. Ein Satz Jacobis	303
§ 111. Wiedersehensflächen	310
§ 112. Ein Dreiecksvergleichssatz von A. D. Aleksandrow	312
§ 113. Der innere Durchmesser einer Eifläche	319
§ 114. Übungsaufgaben und Bemerkungen	326

8. Kapitel

Extreme bei Flächen

§ 115. Erste Variation der Oberfläche	329
§ 116. Die Minimalflächen als komplexe Schiebflächen	330
§ 117. Formeln von Weierstraß für Minimalflächen	332
§ 118. Formeln von Study für Minimalflächen	335
§ 119. Eine Formel von Schwarz für die Oberfläche einer Minimalfläche	338
§ 120. Bestimmung einer Minimalfläche durch einen Streifen	339
§ 121. Zweite Variation der Oberfläche	341
§ 122. Ein Satz von Bernstein über Minimalflächen im Großen	344
§ 123. Isoperimetrie der Kugel	347
§ 124. Wirkung von Steiners Symmetrisierung auf Rauminhalt und Oberfläche einer Eifläche	349
§ 125. Konvergenzbeweis von Wilhelm Groß	352
§ 126. Übungsaufgaben und Bemerkungen	357
Namen- und Sachverzeichnis	360