

---

# Inhaltsverzeichnis

---

## Teil I Zahlen – Zahlenmengen

---

<b>1</b>	<b>Natürliche Zahlen</b> .....	<b>3</b>
1.1	Grundeigenschaften natürlicher Zahlen .....	3
1.2	Das Prinzip der vollständigen Induktion .....	4
1.3	Übungen .....	6
<b>2</b>	<b>Reelle Zahlen</b> .....	<b>7</b>
2.1	Eigenschaften der reellen Zahlen .....	8
2.2	Übungen .....	12
<b>3</b>	<b>Mengen und Zahlenmengen</b> .....	<b>15</b>
3.1	Beziehungen zwischen und Operationen mit Mengen .....	16
3.2	Beschränkte Zahlenmengen – Supremum, Infimum .....	18
3.3	Übungen .....	20
<b>4</b>	<b>Kombinatorik</b> .....	<b>23</b>
4.1	Permutationen .....	23
4.2	Kombinationen .....	25
4.3	Binomialkoeffizienten .....	26
4.4	Übungen .....	28

---

## Teil II Zahlenfolgen – Konvergenz – Vollständigkeit

---

<b>5</b>	<b>Definition von Zahlenfolgen</b> .....	<b>31</b>
5.1	Bedeutung von Zahlenfolgen .....	31
5.2	Graphische Darstellung von Folgen ( $a_n$ ) .....	33
5.3	Eigenschaften von Zahlenfolgen .....	34
5.4	Teilfolgen .....	36
5.5	Übungen .....	37

## VIII Inhaltsverzeichnis

<b>6</b>	<b>Konvergente Folgen</b> .....	<b>39</b>
6.1	Eigenschaften konvergenter Folgen .....	41
6.2	Übungen .....	43
<b>7</b>	<b>Rechnen mit konvergenten Folgen</b> .....	<b>45</b>
7.1	Übungen .....	48
<b>8</b>	<b>Divergente Folgen</b> .....	<b>51</b>
8.1	Übungen .....	52
<b>9</b>	<b>Cauchyfolgen und Vollständigkeitsaxiom</b> .....	<b>55</b>
9.1	Übungen .....	58
<b>10</b>	<b>Häufungspunkte von Folgen</b> .....	<b>61</b>
10.1	Übungen .....	65
<b>11</b>	<b>Zur Vollständigkeit der reellen Zahlen</b> .....	<b>69</b>
11.1	Übungen .....	71

---

### Teil III Funktionen

---

<b>12</b>	<b>Der Funktionsbegriff</b> .....	<b>77</b>
12.1	Darstellung von Funktionen .....	78
12.2	Eigenschaften von Funktionen .....	79
12.3	Operationen mit Funktionen .....	80
12.4	Übungen .....	80
<b>13</b>	<b>Elementare Funktionen</b> .....	<b>85</b>
13.1	Polynome .....	85
13.2	Rationale Funktionen .....	86
13.3	Trigonometrische Funktionen .....	86
13.4	Algebraische Funktionen .....	90
13.5	Übungen .....	91
<b>14</b>	<b>Grenzwerte von Funktionen</b> .....	<b>93</b>
14.1	Grenzwerte im „Unendlichen“ .....	93
14.2	Grenzwerte im „Endlichen“ .....	96
14.3	Exponentialfunktionen .....	99
14.4	Übungen .....	102
<b>15</b>	<b>Stetige Funktionen</b> .....	<b>107</b>
15.1	Übungen .....	109

<b>16 Stetige Funktionen auf Intervallen</b>	111
16.1 Existenz von Maximum und Minimum	111
16.2 Der Zwischenwertsatz	113
16.3 Approximation durch Polynome	115
16.4 Übungen	116
<b>17 Zusammengesetzte Funktionen</b>	119
17.1 Übungen	121
<b>18 Umkehrfunktionen</b>	123
18.1 Berechnung der Umkehrfunktion $f^{-1}$	124
18.2 Graph der Umkehrfunktion $f^{-1}$	125
18.3 Arcusfunktionen:	126
18.4 Logarithmusfunktionen:	127
18.5 Übungen	128

---

## Teil IV Differentialrechnung

---

<b>19 Die Ableitung</b>	133
19.1 Übungen	136
<b>20 Erste Ableitungsregeln</b>	139
20.1 Übungen	141
<b>21 Ableitung von zusammengesetzten Funktionen und Umkehrfunktionen</b>	143
21.1 Übungen	146
<b>22 Ableitung der elementaren Funktionen</b>	149
22.1 Ableitung von Polynomen und rationalen Funktionen	149
22.2 Ableitung der trigonometrischen Funktionen	149
22.3 Ableitung der Arcusfunktionen	150
22.4 Ableitung der Exponentialfunktionen	151
22.5 Ableitung der Logarithmusfunktionen	153
22.6 Ableitung der Potenzfunktionen	153
22.7 Übungen	153
<b>23 Differenzierbare Funktionen auf Intervallen</b>	157
23.1 Übungen	159
<b>24 Taylorpolynome und Satz von Taylor</b>	163
24.1 Höhere Ableitungen	163
24.2 Taylorpolynome – Satz von Taylor	164
24.3 Übungen	168

**X Inhaltsverzeichnis**

<b>25 Die Regel von Bernoulli - L'Hospital</b> .....	171
25.1 Übungen .....	173
<b>26 Absolute und relative Extremstellen von Funktionen</b> .....	175
26.1 Übungen .....	179
<b>27 Konvexe und konkave Funktionen</b> .....	183
27.1 Übungen .....	188

---

**Teil V Integralrechnung**

---

<b>28 Bestimmtes Integral - unbestimmtes Integral</b> .....	191
28.1 Unbestimmtes Integral .....	193
28.2 Bestimmtes Integral .....	195
28.3 Übungen .....	203
<b>29 Partielle Integration - Integration durch Substitution</b> .....	207
29.1 Partielle Integration: .....	207
29.2 Integration durch Substitution: .....	208
29.3 Übungen .....	211
<b>30 Integration rationaler Funktionen</b> .....	217
30.1 Partialbruchzerlegung .....	217
30.2 Integration der Partialbrüche .....	219
30.3 Übungen .....	222

---

**Teil VI Theorie der Reihen**

---

<b>31 Konvergente Reihen</b> .....	225
31.1 Absolute und bedingte Konvergenz .....	229
31.2 Übungen .....	230
<b>32 Konvergenzkriterien für Reihen</b> .....	233
32.1 Übungen .....	237
<b>33 Taylorreihen</b> .....	241
33.1 Übungen .....	244
<b>A Ergebnisse zu den nicht gelösten Übungsaufgaben</b> .....	249
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	263
<b>Index</b> .....	265