

Inhaltsverzeichnis

1 Die Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen	1
1.1 Vorbemerkungen	3
Die Strategie: Wie wird das Axiomensystem für \mathbb{R} hergeleitet?	
1.2 Mengen	6
Mengen, Mengenoperationen, Abbildungen.	
1.3 Algebraische Strukturen	16
Innere Kompositionen und ihre Eigenschaften, Körper, logischer Exkurs, Körpereigenschaften.	
1.4 Angeordnete Körper	33
Positivbereich, angeordnete Körper, Gegenbeispiele.	
1.5 Natürliche Zahlen, vollständige Induktion	37
Definition von \mathbb{N} , Induktion, Musterbeweise, Eigenschaften von \mathbb{N} .	
1.6 Die ganzen und die rationalen Zahlen	48
\mathbb{Z} und \mathbb{Q} , Dichtheitssatz.	
1.7 Das Archimedesaxiom	52
Archimedesaxiom und Folgerungen.	
1.8 Vollständigkeit	56
Dedekindsche Schnitte, Schnittzahlen, Vollständigkeit, das Axiomensystem für \mathbb{R} .	
1.9 Von \mathbb{R} zu \mathbb{C}	58
Der Körper \mathbb{C} , Eigenschaften.	
1.10 Wie groß ist \mathbb{R} ?	63
Ergänzungen zur Mengenlehre, Mengen mit gleicher Kardinalzahl, abzählbar und überabzählbar, die Cantorschen Diagonalverfahren.	
1.11 Ergänzungen	69
Peano-Axiome, der „konstruktive“ Aufbau der reellen Zahlen, Gleichheit in der Mathematik, Eindeutigkeit von \mathbb{R} , Sicherheit der Grundlagen.	
1.12 Verständnisfragen	77
1.13 Übungsaufgaben	81

2 Folgen und Reihen	87
2.1 Folgen	89
Folgen, Teilfolgen, Umordnungen.	
2.2 Konvergenz	93
Betrag in \mathbb{R} , Existenz der Wurzel, Betrag in \mathbb{C} , Nullfolge, Konvergenz, Konvergenzbeweise.	
2.3 Cauchy-Folgen und Vollständigkeit	120
Cauchy-Folgen, Zusammenhang zur Konvergenz, Ordnungsrelationen, Supremum und Infimum, äquivalente Versionen der Vollständigkeit.	
2.4 Unendliche Reihen	133
Reihen, Konvergenzkriterien, absolut konvergente Reihen.	
2.5 Ergänzungen	148
Dezimalentwicklung, \mathbb{R} als Menge der Dezimalzahlen, ungeordnete Summation, Folgenräume.	
2.6 Verständnisfragen	164
2.7 Übungsaufgaben	167
3 Metrische Räume und Stetigkeit	171
3.1 Metrische Räume	171
Metriken und Normen, Konvergenz, Kugeln, offene und abgeschlossene Teilmengen, Abschluss und Inneres, dichte Teilmengen.	
3.2 Kompaktheit	191
Kompaktheit, Kompaktheitskriterien, Charakterisierung der kompakten Teilmengen endlich-dimensionaler Räume, Zweipunktkompaktifizierung von \mathbb{R} .	
3.3 Stetigkeit	203
Stetige Funktionen, Lipschitzabbildungen, Permanenzeigenschaften, Charakterisierung, Zwischenwertsatz, Satz vom Maximum, gleichmäßige Stetigkeit.	
3.4 Verständnisfragen	226
3.5 Übungsaufgaben	230
4 Differentiation (eine Veränderliche)	233
4.1 Differenzierbare Funktionen	234
Stetige Ergänzung, differenzierbare Funktionen, Ableitungsregeln.	
4.2 Mittelwertsätze	249
Satz von Rolle, Mittelwertsätze, Regeln von l'Hôpital.	
4.3 Taylorpolynome	264
Taylor-Polynome, Restglied, Restgliedformel, Extremwertaufgaben.	
4.4 Potenzreihen	276
Potenzreihen, Konvergenzradius, Limes superior und Limes inferior, Formel für den Konvergenzradius, Differenzierbarkeit von Potenzreihen, entwickelbare Funktionen, das Gegenbeispiel von Cauchy.	
4.5 Spezielle Funktionen	297
Zwei Differentialgleichungen zur Motivation, Exponentialfunktion, Logarithmus, allgemeine Potenz, Sinus und Cosinus, spezielle Funktionen im Komplexen, Polar-darstellung.	
4.6 Fundamentalsatz, Differentialgleichungen	324
Fundamentalsatz, Lösung spezieller Typen von Differentialgleichungen.	

4.7 Verständnisfragen	337
4.8 Übungsaufgaben	342
Anhänge	345
Computeralgebra	346
Mathematik und neue Medien	348
Die Internetseite zum Buch	349
Griechische Symbole	350
Lösungen zu den „?“	351
Register	359