

# Inhaltsverzeichnis

Bezeichnungsweise .....	XII
<b>1 Lösung der nichtlinearen Gleichungen .....</b>	<b>1</b>
1.1 Newton-Raphson-Verfahren .....	1
1.2 Andere Lösungsverfahren .....	3
1.3 Schrittweitensteuerung.....	4
1.4 Eindimensionale Minimum-Suche ( <i>line search</i> ).....	4
1.5 Konvergenzkriterien.....	6
<b>Hauptabschnitt I: Geometrische Nichtlinearitäten</b>	
<b>2 Geometrisch nichtlineares Verhalten .....</b>	<b>8</b>
2.1 Grundbegriffe der geometrischen Nichtlinearitäten .....	8
2.2 Theorie 2. Ordnung, Gleichgewicht am verformten System.....	9
2.2.1 Motivation und FE-Umsetzung .....	9
2.2.2 Warum Theorie 2. Ordnung?.....	11
2.2.3 Lineares Beulen .....	13
2.2.4 Korrekte Spannungsversteifungs-Matrix für den Balken .....	18
2.3 Große Drehungen (Rotationen).....	21
2.3.1 Geeignetes Dehnungsmaß: Green-Lagrange-Dehnungen.....	21
2.3.2 Das Prinzip der virtuellen Arbeiten bei geometrisch nichtlinearen Problemstellungen .....	25
2.3.3 Lösung der nichtlinearen Gleichungen mit dem Newton-Raphson- Verfahren.....	26
2.3.4 Testproblem Zweibock.....	29
2.3.5 Mitdrehende Formulierung (Co-rotational formulation).....	33
2.4 Große Dehnungen .....	49
2.4.1 Eindimensionale Betrachtungen.....	49
2.4.2 Zugehörige Spannungen.....	51
2.4.3 Übergang ins Zwei- und Dreidimensionale.....	56
2.4.4 Hencky-Dehnungen in Symbolen der Kontinuumsmechanik.....	58
2.4.5 Klassische Updated-Lagrange-Formulierung .....	58
2.4.6 Logarithmische Dehnungen und mitdrehende Formulierung .....	62
<b>3 Stabilitätsprobleme .....</b>	<b>64</b>
3.1 Phänomene.....	64
3.2 Bedingungen für kritische Punkte, Indifferenzkriterium.....	68
3.2.1 Allgemeines.....	68
3.2.2 Formulierungen der Instabilitätsbedingung.....	70
3.2.3 Modalanalyse (Eigenfrequenzanalyse) und Stabilitätsprobleme .....	72
3.2.4 Direkte Identifikation kritischer Punkte durch ein erweitertes System ..	76
3.3 Bedeutung des Eigenvektors .....	77
3.4 Imperfektionen .....	78

3.4.1	Imperfektion durch Kräfte .....	79
3.4.2	Imperfektion durch geometrische Vorgaben.....	79
3.4.3	Imperfektion durch eine lineare Beulanalyse.....	79
3.4.4	Begleitende Eigenwert-Analyse.....	80
3.4.5	Imperfektionsempfindlichkeit.....	82
3.4.6	Größe der Imperfektion.....	84
<b>4</b>	<b>Lastinkrementierung in einer nichtlinearen Berechnung.....</b>	<b>86</b>
4.1	Kraftsteuerung .....	86
4.2	Einfache Verschiebungssteuerung.....	86
4.3	Verschiebungssteuerung mit Kraftgrößen .....	88
4.4	Bogenlängenverfahren (arc-length method) .....	89
4.4.1	Suche senkrecht zur letzten Sekante .....	90
4.4.2	Modellproblem.....	91
4.4.3	Suche senkrecht zur ersten Tangente .....	93
4.4.4	Suche senkrecht zur aktuellen Tangente.....	94
4.4.5	Suche auf einem Kreis bzw. einer Hyperkugel.....	97
4.4.6	Anfangswerte und Bogenlänge .....	103
4.4.7	Lösung des erweiterten Systems .....	105
<b>Hauptabschnitt II: Nichtlineares Materialverhalten</b>		
<b>5</b>	<b>Grundzüge der Materialmodelle .....</b>	<b>108</b>
5.1	Repräsentative eindimensionale Grundelemente.....	108
5.1.1	Elastizität (Hooke-Element).....	108
5.1.2	Plastizität (St.-Venant-Element) .....	109
5.1.3	Zeitabhängiges Verhalten (Newton-Element).....	109
5.2	Aus Grundelementen zusammengesetzte Modelle .....	110
5.2.1	Elasto-Plastizität (Prandtl-Element).....	110
5.2.2	Maxwell-Element für Kriechen .....	112
5.2.3	Kelvin-Voigt-Element für Visko-Elastizität .....	114
5.2.4	Erweitertes Viskoelastizitätsmodell.....	117
5.2.5	Bingham-Modell als Beispiel für Visko-Plastizität .....	117
5.2.6	Burghers-Modell.....	118
5.3	Tensor- und Vektorschreibweise, Tensor- und Ingenieurnotation.....	120
5.4	Aufspaltung und Darstellung räumlicher Spannungszustände .....	121
5.4.1	Hauptspannungen.....	121
5.4.2	Kugeltensor und Deviator .....	122
5.4.3	Hauptspannungsraum.....	123
5.5	Berücksichtigung des Materialverhaltens in der FEM.....	124
<b>6</b>	<b>Theorie und Numerik der linearen Visko-Elastizität .....</b>	<b>126</b>
6.1	Grundformeln für den eindimensionalen Fall.....	126
6.2	Einführung von Zeitschritten.....	128
6.3	Numerik.....	129
6.4	Werkstofftangente .....	131
6.5	Algorithmus.....	132

6.6	Mehrdimensionaler Fall .....	132
6.6.1	Spannungsberechnung.....	132
6.6.2	Werkstofftangente .....	133
6.6.3	Algorithmus.....	135
6.7	Temperaturabhängigkeit .....	136
6.7.1	Grundlagen thermo-rheologisch einfacher Materialien, Pseudo-Zeit...	137
6.7.2	Zeitintegration .....	139
6.7.3	Shift-Funktionen.....	141
6.7.4	Spannungen .....	143
6.7.5	Tangente .....	144
6.7.6	Algorithmus.....	144
6.8	Ebener Spannungs- und Verzerrungszustand.....	145
6.8.1	Ebener Verzerrungszustand.....	145
6.8.2	Ebener Spannungszustand .....	145
6.9	Beispielrechnungen.....	147
6.9.1	Zu Kapitel 6.1 .....	147
6.9.2	Zu Kapitel 6.2.....	148
6.9.3	Zu Kapitel 6.3 .....	150
<b>7</b>	<b>Theorie und Numerik des Kriechens .....</b>	<b>151</b>
7.1	Grundsätzliches .....	151
7.2	Zeitintegration beim Kriechen .....	155
7.2.1	Differenzenquotienten .....	155
7.2.2	Kriechbeispiel.....	155
7.2.3	Explizite Zeitintegration.....	156
7.2.4	Variabler Zeitschritt.....	160
7.2.5	Implizite Zeitintegration.....	161
7.2.6	Zusammenfassung Kriechbeispiel .....	166
7.2.7	Zusammenwirken mit anderen Materialnichtlinearitäten .....	166
7.3	Konsistente Tangente für implizites Kriechen .....	167
7.3.1	Herleitung .....	167
7.3.2	Beispiele .....	170
7.4	Allgemeine Form für lokale und globale Iteration .....	175
<b>8</b>	<b>Theorie und Numerik der Elasto-Plastizität .....</b>	<b>179</b>
8.1	Grundbegriffe eindimensionalen Verhaltens.....	179
8.2	Bausteine einer mehrdimensionalen Elasto-Plastizitätstheorie .....	181
8.3	Fließregeln .....	182
8.4	Klassische Fließbedingungen.....	183
8.4.1	Gestaltänderungsenergie-Hypothese (nach von Mises).....	183
8.4.2	Schubspannungs-Hypothese (Tresca).....	185
8.4.3	Mohr-Coulomb-Bedingung .....	188
8.4.4	Drucker-Prager-Bedingung .....	190
8.5	Verfestigungsregeln .....	192
8.5.1	Einachsige Spannungs-Dehnungs-Beziehungen.....	192
8.5.2	Mehrdimensionales Verfestigungsverhalten.....	193
8.6	Erfüllung der Stoffgleichungen in der FEM, lokale Iteration .....	199

8.6.1	Allgemeine Darstellung .....	199
8.6.2	Beispiel lineare Verfestigung .....	202
8.7	Konsistente Tangente .....	205
8.7.1	Allgemeine Darstellung .....	205
8.7.2	Beispiel lineare Verfestigung .....	208
8.8	Beispielprogrammierung in USERPL von ANSYS .....	208
8.9	Modelle für kinematische Verfestigung .....	214
8.9.1	Besseling-Modell (Overlay-Modell) .....	214
8.9.2	Armstrong-Frederik- bzw. Chaboche-Modell .....	219
8.10	Einspielen (Shakedown) und Ratcheting .....	221
8.10.1	Begriffe .....	221
8.10.2	Melan-Theorem .....	222
8.10.3	Struktur-Ratcheting .....	224
8.10.4	Material-Ratcheting .....	227
8.10.5	Thermisches Ratcheting .....	231
8.10.6	Numerisches Ratcheting bei Temperaturzyklen .....	232

### Hauptabschnitt III: Kontakt

<b>9</b>	<b>Kontaktberechnungen: Einführung, Kinematik .....</b>	<b>235</b>
9.1	Was bedeutet Kontakt? .....	235
9.2	Modellierung von Kontakt .....	236
9.2.1	Punkt-zu-Punkt- bzw. Knoten-zu-Knoten-Kontakt .....	236
9.2.2	Knoten-zu-Oberfläche-Kontakt .....	236
9.2.3	Punkt-zu-Oberfläche-Kontakt .....	237
9.2.4	Oberfläche-zu-Oberfläche-Kontakt .....	238
9.3	Kontakt-Kinematik .....	238
<b>10</b>	<b>Erfüllung der Kontaktbedingung .....</b>	<b>242</b>
10.1	Direkte Einführung der Nebenbedingung .....	243
10.2	Penalty-Methode .....	244
10.3	Lagrange-Multiplikator-Methode .....	246
10.4	Finite-Elemente-Testproblem .....	247
10.4.1	Direkte Einführung der Nebenbedingung in das Gleichungssystem .....	249
10.4.2	Penalty-Verfahren .....	253
10.4.3	Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren .....	256
10.4.4	Perturbed-Lagrange-Methode .....	257
10.4.5	Augmented-Lagrange-Verfahren .....	260
10.5	Überbestimmtheit durch Kontakt (Overconstraining) .....	262
10.6	Reibung .....	263
<b>11</b>	<b>Aspekte der Kontaktmodellierung .....</b>	<b>265</b>
11.1	Knoten-zu-Oberfläche-Kontakt .....	265
11.2	Punkt-zu-Oberfläche-Kontakt .....	267
11.2.1	Integrationspunkt-Kontakt .....	267
11.2.2	Knoten als Integrationspunkte .....	273
11.3	Konvergenz-Erzielung .....	274

11.3.1	Penalty-Verfahren.....	274
11.3.2	Lagrange-Verfahren und direkte Einbringung.....	279
11.3.3	Geeignete Vernetzung und Lastaufbringung .....	279
11.4	Systemmatrizen.....	279
<b>12</b>	<b>Kontaktfeststellung .....</b>	<b>281</b>
12.1	Suchstrategien.....	281
12.1.1	Bucket Sort.....	281
12.1.2	Pinball-Algorithmus .....	282
12.1.3	Topologie-Suche.....	284
12.2	Auswahl von Master- und Slave-Seite.....	285
12.3	Nahbereichs-Kontaktberechnungen .....	286
12.3.1	Ebene Flächen .....	287
12.3.2	Pseudoelement-Algorithmus .....	287
12.3.3	Normalensuche .....	289
12.4	Konkave Knicke und Ecken.....	292
<b>13</b>	<b>Kontakt mit Schalen- und Balkenelementen.....</b>	<b>294</b>
13.1	Dickenberücksichtigung.....	294
13.2	Momente aus Exzentrizitäten .....	295
<b>Literaturhinweise .....</b>		<b>297</b>
<b>Stichwortverzeichnis .....</b>		<b>299</b>