

Inhaltsverzeichnis

1	Arithmetik reeller Zahlen	11
1.1	Die Addition	11
1.2	Die Multiplikation	12
1.3	Anwendungen der Rechenoperationen	14
1.4	Der Wurzelbegriff	18
1.5	Anordnung reeller Zahlen, Ungleichungen	20
2	Funktionen einer Veränderlichen	23
2.1	Der Funktionsbegriff	23
2.1.1	Zuordnungen zwischen Mengen	23
2.1.2	Analytische und graphische Darstellung von Funktionen	24
2.1.3	Monotonie und Beschränktheit	25
2.1.4	Die Umkehrfunktion	27
2.1.5	Verkettung von Funktionen	28
2.2	Klassen von Funktionen	29
2.2.1	Die konstante Funktion	29
2.2.2	Die Signumfunktion	29
2.2.3	Die lineare Funktion	30
2.2.4	Die Betragsfunktion	31
2.2.5	Die Potenzfunktion	33
2.2.6	Die Reziproktfunktion	34
2.2.7	Polynome	35
2.2.8	Rationale Funktionen	40
2.2.9	Die Exponential- und Logarithmusfunktion	41
2.2.10	Trigonometrische Funktionen	44
2.3	Anwendungen an Beispielen	51
2.3.1	Polynome bei der Balkenbiegung	51
2.3.2	Darlehen und Zinsen	52
2.3.3	Vorwärts- und Rückwärtseinschneiden	55
2.3.4	Polygonzugberechnung	56
3	Lineare Algebra	58
3.1	Der Vektorraum $\mathbb{R}^n$	58
3.1.1	Definitionen, Beispiele	58
3.1.2	Geometrische Darstellung im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$	61

3.1.3	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	62
3.1.4	Lineare Unterräume des $\mathbb{R}^n$	67
3.2	Matrizen	70
3.2.1	Definitionen, Beispiele	70
3.2.2	Rechenoperationen mit Matrizen	72
3.2.3	Der Rang einer Matrix	77
3.2.4	Die Inverse einer Matrix	79
3.3	Determinanten	79
3.3.1	Definition, Eigenschaften	80
3.3.2	Berechnung von Determinanten	81
3.3.3	Berechnung der Inversen	83
3.4	Lineare Gleichungssysteme	84
3.4.1	Definition	84
3.4.2	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	85
3.4.3	Der Gauß-Algorithmus	87
3.4.4	Die Regel von Cramer	92
3.4.5	Berechnung der Inversen	92
3.5	Eigenwerte und Eigenvektoren	93
3.5.1	Definition	94
3.5.2	Eigenwerte und Eigenvektoren reeller symmetrischer Matrizen	95
3.6	Anwendungen an Beispielen	97
3.6.1	Professor B. Tonstein und die Werkstoffe	97
3.6.2	Produktion von Einzelteilen	98
3.6.3	Berechnung von Stabkräften	99
3.6.4	Zerlegung einer Kraft	101
3.6.5	Schwerpunkt eines Punkt-Massen-Systems	101
3.6.6	Schwingungssystem	102
4	Vektorrechnung und Analytische Geometrie	104
4.1	Betrag eines Vektors, Projektion, Skalarprodukt	104
4.1.1	Der Betrag eines Vektors	104
4.1.2	Die Projektion	106
4.1.3	Das Skalarprodukt	107
4.1.4	Orthogonalität	108
4.1.5	Koordinatendarstellung des Skalarproduktes	109
4.1.6	Winkelmessung im $\mathbb{R}^n$	110
4.1.7	Das Vektorprodukt	112
4.1.8	Das Spatprodukt	115

4.2	Analytische Geometrie der Ebene	116
4.2.1	Die Gerade	117
4.2.2	Kurven zweiter Ordnung	124
4.3	Analytische Geometrie des Raumes	132
4.3.1	Die Gerade	132
4.3.2	Die Ebene	140
4.4	Koordinatensysteme und Koordinatentransformationen	149
4.4.1	Ebene Koordinatensysteme	150
4.4.2	Räumliche Koordinatensysteme	151
4.4.3	Koordinatentransformationen	153
4.5	Anwendungen an Beispielen	157
4.5.1	Tangentenschnittpunkt	157
4.5.2	Kleinpunktberechnung	157
4.5.3	Schnittpunkt zweier Strecken	159
4.5.4	Absteckungsberechnungen	161
4.5.5	Mengenermittlung	162
5	Zahlenfolgen, Grenzwerte, Stetigkeit	164
5.1	Einführung, Definition	164
5.2	Monotonie und Beschränktheit von Zahlenfolgen	165
5.3	Konvergenz und Divergenz von Zahlenfolgen	169
5.4	Grenzwerte von Funktionen	174
5.5	Stetigkeit	176
5.6	Anwendungen an Beispielen	181
5.6.1	Noch einmal Zinsen	181
5.6.2	Stabilität eines Ziegelstapels und Zahlenfolgen	183
6	Differenzialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen	186
6.1	Einführung	186
6.2	Ableitungsregeln	189
6.3	Höhere Ableitungen	192
6.4	Das Differenzial und Fehlerrechnung	193
6.5	Die Regel von l'Hospital	195
6.6	Kurvendiskussionen	198
6.6.1	Extremstellen	199
6.6.2	Monotonie	200
6.6.3	Krümmungsverhalten und Wendepunkte	201
6.7	Der Mittelwertsatz der Differenzialrechnung	204

6.8	Taylor-Polynome und Funktionsapproximation	205
6.9	Kurve, Tangente, Normale, Krümmung	209
6.10	Anwendungen an Beispielen	214
6.10.1	Berechnung der Biegelinie eines Balkens	214
6.10.2	Fahrbahnverziehung im Straßenbau	215
6.10.3	Kuppen- und Wannenausrundung im Straßenbau	217
6.10.4	Übergangsbogen und Überhöhungsrampen im Schienenbau	219
6.10.5	Berechnung von Punkten einer Klothoide	220
7	Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen	223
7.1	Einführung	223
7.2	Obersumme, Untersumme, Zwischensumme	224
7.3	Das bestimmte Integral	225
7.4	Eigenschaften des bestimmten Integrals	227
7.5	Die Stammfunktion	230
7.6	Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	232
7.7	Das unbestimmte Integral	233
7.8	Integrationsmethoden	235
7.8.1	Integranden der Form f'/f	235
7.8.2	Partielle Integration	236
7.8.3	Substitutionsregel	237
7.9	Anwendungen der Integralrechnung	238
7.9.1	Berechnung der Bogenlänge	238
7.9.2	Flächenberechnung	241
7.9.3	Volumina und Mantelflächen von Rotationskörpern	243
7.9.4	Momente und Schwerpunkte	246
7.9.5	Berechnung von Schnittkräften am Balken	254
7.9.6	Überfälle im Wasserbau	256
	Literaturverzeichnis	259
	Sachwortverzeichnis	263