

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

XXIII

1	Mathematische Zeichen und Symbole	1
1.1	Pragmatische Zeichen	1
1.2	Allgemeine arithmetische Relationen und Verknüpfungen	1
1.3	Zahlenmengen	2
1.4	Besondere Zahlen und Verknüpfungen	3
1.5	Grenzwert (Limes)	4
1.6	Exponentialfunktionen, Logarithmus	4
1.7	Trigonometrische Funktionen, Hyperbelfunktionen ..	4
1.8	Vektoren, Matrizen	5
1.9	Mengen	6
1.10	Relationen	7
1.11	Funktionen	7
1.12	Ordnungsstrukturen	7
1.13	SI -Vergößerungs- und Verkleinerungssätze	8
1.14	Griechisches Alphabet	9

XI

2	Logik	11
2.1	Mathematische Logik (Auszug aus DIN 5473)	11
2.2	Aussagenlogik	11
2.2.1	Aussagenvariable	11
2.2.2	Wahrheitstabellen (Wahrheitstafeln)	12
3	Arithmetik	15
3.1	Mengen	15
3.1.1	Allgemeines	15
3.1.2	Mengenrelationen	16
3.1.3	Mengenoperationen	17
3.1.4	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln bei Mengen	19
3.1.5	Intervalle	21
3.1.6	Zahlensysteme	22
3.1.6.1	Dezimalsystem, dekadisches System	23
3.1.6.2	Dualsystem (Binärsystem)	23
3.1.6.3	Römisches Zahlensystem	24
3.2	Elementare Rechenarten	24
3.2.1	Elementare Grundlagen	24
3.2.1.1	Axiome	25
3.2.1.2	Ausklammern	25
3.2.1.3	Relationen	26
3.2.1.4	Absoluter Betrag, Signum	26
3.2.1.5	Brüche	27
3.2.1.6	Polynomdivison	27
3.2.1.7	Horner-Schema	29
3.2.2	Termumformungen	30
3.2.2.1	Binomische Formeln	30
3.2.2.2	Binomischer Lehrsatz	31
3.2.2.3	Allgemeiner Binomischer Lehrsatz für natürliche Exponenten	31
3.2.2.4	Allgemeiner Binomischer Lehrsatz für reelle Exponenten	31
3.2.2.5	Mehrgliedrige Terme	32

3.2.3	Summen- und Produktzeichen	32
3.2.3.1	Summenzeichen	32
3.2.3.2	Produktzeichen	33
3.2.4	Potenzen, Wurzeln	34
3.2.5	Logarithmen	37
3.2.6	Fakultät	40
3.2.7	Binomialkoeffizient	40
3.3	Folgen	42
3.3.1	Definition	42
3.3.2	Grenzwert einer Folge	45
3.3.3	Arithmetische und geometrische Folgen ...	47
3.4	Reihen	47
3.4.1	Definition	47
3.4.2	Arithmetische und geometrische Reihen ...	48
4	Algebra	51
4.1	Grundbegriffe	51
4.2	Lineare Gleichungen	53
4.2.1	Lineare Gleichungen mit einer Variablen ...	53
4.2.2	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	56
4.2.3	Lineare Gleichungen mit mehreren Variablen	56
4.2.4	Lineare Gleichungssysteme	57
4.2.5	Lineare Ungleichungen mit mehreren Variablen	61
4.3	Nicht lineare Gleichungen	62
4.3.1	Quadratische Gleichungen mit einer Variablen	62
4.3.2	Kubische Gleichungen mit einer Variablen .	65
4.3.3	Biquadratische Gleichungen	67
4.3.4	Gleichungen n -ten Grades	68
4.3.5	Wurzelgleichungen	69
4.4	Transzendente Gleichungen	71
4.4.1	Exponentialgleichungen	71

4.4.2	Logarithmische Gleichungen	73
4.5	Näherungsverfahren	75
4.5.1	Regula falsi (Sekantenverfahren)	75
4.5.2	Newtonsches Verfahren (Tangentenverfahren)	77
4.5.3	Allgemeines Näherungsverfahren (Fixpunktiteration)	80
5	Lineare Algebra	87
5.1	Grundbegriffe	87
5.1.1	Matrix	87
5.1.2	Gleichheit/Ungleichheit von Matrizen	88
5.1.3	Transponierte Matrix	89
5.1.4	Vektor	89
5.1.5	Spezielle Matrizen und Vektoren	92
5.2	Operationen mit Matrizen	94
5.2.1	Addition von Matrizen	94
5.2.2	Multiplikation von Matrizen	96
5.2.2.1	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	96
5.2.2.2	Das Skalarprodukt zweier Vektoren	98
5.2.2.3	Multiplikation einer Matrix mit einem Spaltenvektor	100
5.2.2.4	Multiplikation eines Zeilenvektors mit einer Matrix	102
5.2.2.5	Multiplikation von zwei Matrizen ..	103
5.3	Die Inverse einer Matrix	107
5.3.1	Einführung	107
5.3.2	Bestimmung der Inversen unter Verwendung des Gauß'schen Eliminationsverfahrens	109
5.4	Der Rang einer Matrix	113
5.4.1	Begriffsbestimmung	113

5.4.2	Bestimmung des Ranges einer Matrix	113
5.5	Die Determinante einer Matrix	117
5.5.1	Begriffsbestimmung	117
5.5.2	Berechnung von Determinanten	118
5.5.3	Eigenschaften von Determinanten	125
5.6	Die Adjunkte einer Matrix	126
5.6.1	Begriffsbestimmung	126
5.6.2	Bestimmung der Inverse mit Hilfe der Adjunkten	127
6	Kombinatorik	131
6.1	Einführung	131
6.2	Permutationen	135
6.3	Variationen	137
6.4	Kombinationen	139
7	Finanzmathematik	145
7.1	Zinsrechnung	145
7.1.1	Grundbegriffe	145
7.1.2	Jährliche Verzinsung	146
7.1.2.1	Einfache Zinsrechnung	146
7.1.2.2	Zinseszinsrechnung	149
7.1.2.3	Gemischte Verzinsung	151
7.1.3	Unterjährige Verzinsung	162
7.1.3.1	Einfache Zinsrechnung (linear) ...	163
7.1.3.2	Einfache Verzinsung unter Verwendung des nominellen Jahreszinssatzes	164
7.1.3.3	Verzinsung mit Zinseszinsen (exponentiell)	165
7.1.3.4	Verzinsung mit Zinseszinsen unter Verwendung eines konformen Jahreszinssatzes	165

	7.1.3.5	Gemischte Verzinsung	167
	7.1.3.6	Stetige Verzinsung	168
7.2		Effektivzinsrechnung mittels ICMA-Methode	172
7.3		Abschreibungen	179
	7.3.1	Zeitabschreibung	179
	7.3.1.1	Lineare Abschreibung	179
	7.3.1.2	Arithmetisch-degressive Abschreibung	180
	7.3.1.3	Geometrisch-degressive Abschreibung	182
	7.3.2	Leistungsabschreibung	184
	7.3.3	Außerplanmäßige Abschreibung	185
7.4		Rentenrechnung	186
	7.4.1	Grundbegriffe	186
	7.4.2	Endliche, gleichbleibende Rente	189
	7.4.2.1	Jährliche Rente mit jährlichen Zinsen	189
	7.4.2.2	Jährliche Rente mit unterjährigen Zinsen	193
	7.4.2.3	Unterjährige Rente mit jährlichen Zinsen	196
	7.4.2.4	Unterjährige Rente mit unterjähriger Verzinsung	200
	7.4.3	Endliche, veränderliche Renten	218
	7.4.3.1	Regellose Rente	219
	7.4.3.2	Arithmetisch-fortschreitende Rente	224
	7.4.3.3	Geometrisch-fortschreitende Rente	235
	7.4.4	Ewige Rente	237
7.5		Tilgungsrechnung	239
	7.5.1	Grundbegriffe	240
	7.5.2	Annuitätentilgung	242
	7.5.3	Ratentilgung	245
	7.5.4	Tilgung mit Aufgeld (Agio)	247
	7.5.4.1	Annuitätentilgung mit Aufgeld	247
	7.5.4.2	Tilgung einer Ratenschuld mit Aufgeld	251

7.5.5	Tilgung mit Abgeld (Disagio)	253
7.5.5.1	Annuitätentilgung mit Abgeld bei sofortiger Verbuchung als Zins- aufwand	254
7.5.5.2	Annuitätentilgung mit Abgeld bei Einstellung eines Disagios in einen aktiven Rechnungsabgrenzungs- posten	256
7.5.5.3	Tilgung einer Ratenschuld mit Ab- geld bei sofortiger Verbuchung als Zinsaufwand	257
7.5.5.4	Tilgung einer Ratenschuld mit Ab- geld bei Einstellung des Disagios in einen aktiven Rechnungsabgren- zungsposten	258
7.5.6	Tilgungsfreie Zeiten	259
7.5.7	Gerundete Annuitäten	261
7.5.7.1	Prozentannuität	261
7.5.7.2	Tilgung von Anleihen	264
7.5.8	Unterjährige Tilgung	268
7.5.8.1	Unterjährige Annuitätentilgung ...	269
7.5.8.2	Unterjährige Ratentilgung	275
7.6	Investitionsrechnung	281
7.6.1	Grundbegriffe	282
7.6.2	Finanzmathematische Grundlagen	284
7.6.3	Statische Verfahren der Investitionsrechnung	287
7.6.4	Methoden der dynamischen Investitions- rechnung	287
7.6.4.1	Kapitalwertmethode (Kapitalbarwert, Kapitalendwert, Vermögensendwert)	288
7.6.4.2	Annuitätenmethode	291
7.6.4.3	Interne Zinsfußmethode	294
8	Optimierung linearer Modelle	297
8.1	Lagrange-Methode	297
8.1.1	Einführung	297
8.1.2	Bildung der Lagrange-Funktion	297

8.1.3	Bestimmung der Lösung	298
8.1.4	Interpretation von λ	299
8.2	Lineare Optimierung	302
8.2.1	Einführung	302
8.2.2	Der lineare Programmierungsansatz.....	302
8.2.3	Graphische Bestimmung der Lösung	303
8.2.4	Primaler Simplex-Algorithmus	306
8.2.5	Simplextableau (grundsätzlicher Aufbau) ...	307
8.2.6	Dualer Simplex-Algorithmus	313
9	Funktionen	323
9.1	Einführung	323
9.1.1	Verkettung von Funktionen	327
9.1.2	Umkehrfunktion, inverse Funktion	329
9.2	Klassifizierung von Funktionen	331
9.2.1	Rationale Funktionen	332
9.2.1.1	Ganzrationale Funktionen.....	332
9.2.1.2	Gebrochenrationale Funktionen ..	332
9.2.2	Nichtrationale Funktionen	336
9.2.2.1	Potenzfunktionen	336
9.2.2.2	Wurzelfunktion	339
9.2.2.3	Transzendente Funktionen	340
9.2.2.3.1	Exponentialfunktionen ..	340
9.2.2.3.2	Logarithmusfunktionen ..	346
9.2.2.4	Trigonometrische Funktionen.....	352
9.3	Eigenschaften reeller Funktionen	380
9.3.1	Beschränktheit	380
9.3.2	Symmetrie	382
9.3.2.1	Achsensymmetrie	382
9.3.2.2	Punktsymmetrie	384
9.3.3	Transformationen	387
9.3.3.1	Scheitelpunktform	389
9.3.4	Stetigkeit	392
9.3.5	Polstellen	392
9.3.6	Definitionslücken	394
9.3.7	Sprungstellen	395

9.3.8	Homogenität	396
9.3.9	Periodizität	397
9.3.10	Nullstellen	397
9.3.11	Lokale Extrema	398
9.3.12	Monotonie	399
9.3.13	Krümmungsverhalten/ Wendepunkte	400
9.3.14	Asymptoten	402
	9.3.14.1 Waagerechte Asymptote	403
	9.3.14.2 Senkrechte Asymptote	405
	9.3.14.3 Schiefe Asymptote	406
	9.3.14.4 Asymptotische Kurve	407
9.3.15	Tangenten einer Kurve	408
9.3.16	Normalen einer Kurve	409
9.4	Übungsaufgaben Funktionen	410
10	Differentialrechnung	415
10.1	Differentiation von Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	415
	10.1.1 Allgemeines	415
	10.1.2 Erste Ableitung elementarer Funktionen ...	418
	10.1.3 Ableitungsregeln	420
	10.1.4 Höhere Ableitungen	422
	10.1.5 Differentiation von Funktionen mit Parametern	423
	10.1.6 Kurvendiskussion	423
10.2	Differentiation von Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen	433
	10.2.1 Partielle Ableitungen (1. Ordnung)	433
	10.2.2 Partielle Ableitungen (2. Ordnung)	436
	10.2.3 Lokale Extrema der Funktion $f = f(x, y)$...	438
	10.2.3.1 Relative Extrema ohne Nebenbedingung der Funktion $f = f(x, y)$	438
	10.2.3.2 Relative Extrema unter m Nebenbedingungen der Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$ mit $m < n$	447

10.2.4	Differentiale für die Funktion $f = f(x_1, \dots, x_n)$	451
10.3	Sätze über differenzierbare Funktionen	453
10.3.1	Mittelwertsatz der Differentialrechnung	453
10.3.2	Verallgemeinerter Mittelsatz der Differentialrechnung	454
10.3.3	Satz von Rolle	454
10.3.4	L'Hospitalsche Regel	455
10.3.5	Schranksatz der Differentialrechnung	456
11	Integralrechnung	457
11.1	Einführung	457
11.2	Das unbestimmte Integral	458
11.2.1	Definition / Bestimmung der Stammfunktion	458
11.2.2	Elementare Rechenregeln für das unbestimmte Integral	461
11.3	Das bestimmte Integral	462
11.3.1	Einführung	462
11.3.2	Beziehung zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral	466
11.3.3	Spezielle Integrationstechniken	471
11.3.3.1	Die partielle Integration	471
11.3.3.2	Integration durch Substitution	473
11.4	Mehrfach-Integrale	474
11.5	Integralrechnung bei ökonomischen Problemstellungen	475
11.5.1	Kostenfunktionen	475
11.5.2	Umsatzfunktionen (= Erlösfunktionen)	477
11.5.3	Gewinnfunktionen	478

12 Elastizitäten	483
12.1 Problemstellung und Begriff der Elastizität	483
12.2 Bogenelastizität	484
12.3 Punktelastizität	489
12.4 Preiselastizität der Nachfrage ϵ_{xp}	492
12.5 Die Kreuzpreiselastizität ϵ_{xApB}	497
12.6 Die Einkommenselastizität der Nachfrage ϵ_{xy}	499
13 Ökonomische Funktionen	501
13.1 Angebotsfunktion	501
13.2 Nachfragefunktion / Inverse Nachfragefunktion	503
13.3 Marktgleichgewicht	505
13.4 Käufermarkt und Verkäufermarkt	506
13.5 Angebotslücke	507
13.6 Nachfragelücke	507
13.7 Erlösfunktion	509
13.8 Kostenfunktionen	515
13.9 Neoklassische Kostenfunktion	523
13.10 Ertragsgesetzliche Kostenfunktion	531
13.11 Einzelkosten versus Gemeinkosten	544
13.11.1 Eindimensionale Kostenzurechnungsprinzipien	547

13.11.2 Mehrdimensionale Kostenzurechnungsprinzipien	549
13.12 Gewinnfunktion	552
14 Peren-Theorem	561
A Finanzmathematische Faktoren	569
B Literaturverzeichnis	615
Stichwortverzeichnis	623