

# Inhalt

Vorwort.....	9
Einleitung:.....	15
Was für eine Logik ist der Schulmathematik angemessen(er)?.....	15
Kapitel 1:.....	25
Allgemeine sprachlogische Grundfragen.....	25
1.1 Sprache und Logik in ontologischer Sicht .....	27
1.1.1 Syntax, Semantik und Pragmatik einer Sprache .....	27
1.1.2 Die logischen Eigenschaften der Sprache .....	29
1.1.3 Logische Fragen der Genese des Sprachverständnisses.....	35
1.2 Sprache und Logik in regelbezogener Sicht.....	37
1.2.1 Objektsprache und Metasprache.....	37
1.2.2 Die metasprachlichen Regeln .....	39
1.3 Zum Gegenstand der Logik und zu ihrer Rolle in der Schulmathematik.....	48
Kapitel 2:.....	51
Historischer Abriss des Wechselverhältnisses von logisch- umgangssprachlichen Untersuchungen und logischen Neubestimmungen .....	51
2.1 Logisch-kombinatorische Fortschritte bis zum ersten Höhepunkt in Syllogistik und Stoa im 4. und 3. Jahrhundert v. Chr.....	51
2.1.1 Die Anfänge und die Charakteristika der Syllogistik .....	51
2.1.2 Die Charakteristika der Stoa .....	55
2.2 Der lange Weg zu den logischen Kunstsprachen des 19. Jahrhunderts.....	57
2.3 Die direkten Auswirkungen der axiomatisch konstruierten logisch-mathematischen Kalküle auf die anderweitigen wissenschaftlichen Auffassungen .....	66
2.3.1 Neuansätze in der Sprachlogik der Mathematik.....	66

2.3.2 Erste Versuche einer Abgrenzung zwischen den beiden Sprachsystemen.....	71
2.3.3 Die Entstehung einer doppelgleisigen Sprache der Mathematik .....	80
2.4 Die nach Reichenbach verbleibende Ineffektivität der spezifischen Inhaltsbestimmungen für die umgangssprachlichen logischen Operatoren. Die zunehmende Breite mathematisch-logischer Anwendungen .....	82
Kapitel 3:.....	91
Schambergers Kalkül als jüngster logisch-umgangssprachlicher Systematisierungsversuch .....	91
3.1 Schambergers Anspruch und Zielstellung.....	91
3.2 Nutzen und Fehlerhaftigkeit des Kalküls .....	93
3.2.1 Die Widersprüchlichkeit des Vorworts.....	93
3.2.2 Zum Verhältnis von klassischer und deduktiver Gültigkeit.....	96
3.2.3 Detailbemerkungen zur ersten Variante einer veränderten Konditionaleinführung .....	100
3.2.4 Detailbemerkungen zur zweiten Variante einer veränderten Konditionaleinführung .....	103
3.2.5 Methodische Bemerkungen zur ganzheitlichen Analyse des Schambergerschen Kalküls .....	112
3.2.6 Analyse der restlichen strittigen Argumenttypen Schambergers .....	114
3.2.6.1 „Ex falso quodlibet“ und „verum ex quolibet“ (in traditioneller Verallgemeinerung).....	115
3.2.6.1.1 Die allgemeinen Fassungen .....	116
3.2.6.1.2 Die Spezifizierungen.....	121
3.2.6.2 Schluss aus einer Disjunktion auf eine Implikation.....	126
3.2.6.3 Prämissentausch bei Implikationen .....	128
3.2.6.4 Schluss aus einer konjunktiv-molekularen Implikation auf eine molekulare Disjunktion .....	132
3.2.6.5 Schluss aus einer disjunktiv-molekularen Implikation auf eine molekulare Disjunktion .....	135
3.2.6.6 Schluss aus einer negierten Konjunktion auf eine Implikation .....	138

3.2.6.7 Schluss aus einer negierten Existentialaussage auf eine Allaussage.....	141
3.2.6.8 Schluss aus einer negierten Implikation auf eine Konjunktion .....	146
3.2.6.9 Schluss aus einer negierten Allaussage auf eine Existentialaussage.....	148
3.2.6.10 Der Disjunktive Syllogismus .....	149
3.2.6.11 Die Disjunktionseinführung .....	155
3.2.6.12 Der Kettenschluss.....	158
3.2.6.13 Die Antezedensenerweiterung.....	172
3.2.6.14 Die Kontraposition .....	175
3.2.6.15 Zusammenfassung .....	180
Kapitel 4:.....	183
Vorschlag für ein logisches Grundgerüst der Schulmathematik.....	183
4.1 Die „Entdeckung“ einer ersten logisch-schulmathematischen Besonderheit .....	183
4.2 Die ontologischen Eigenschaften und Relationen der schulmathematischen Logik in Wechselwirkung von Umgangssprache und Kalkülsprache .....	190
4.2.1 Informationen zum syntaktischen Aufbau .....	191
4.2.2 Informationen zum semantischen Aufbau.....	192
4.2.2.1 Logische Operatoren.....	193
4.2.2.1.1 Allgemeine Vorbemerkungen .....	193
4.2.2.1.2 Die aussagenlogischen Operatoren und ihre Negationen.....	194
4.2.2.1.3 Die prädikatenlogischen Operatoren und ihre Negationen.....	207
4.2.2.2 Logische Termini und synthetische Termini .....	214
4.2.2.3 Aussagen .....	215
4.2.2.4 Logikdouble und Sprachwahl.....	218
4.3 Logische Schlussregeln .....	221
4.3.1 Die Bedeutung logischer Schlussregeln .....	222
4.3.2 Die Umwandlung der logischen Operatoren ineinander .....	225

4.3.2.1 Die Umformungen der aussagenlogischen Operatoren.....	226
4.3.2.2 Die Umformungen der prädikatenlogischen Operatoren.....	240
4.3.3 Schlussverfahren im Rahmen philosophischer Bedingungsgefüge .....	246
4.3.4 Überlegungen zum schrittweisen Aufbau schulmathematischer Schlussverfahren.....	252
4.3.4.1 Die korrekte Absicherung der logisch-strukturellen Beziehungen eines Schlusses .....	253
4.3.4.2 Die Erkundung des Einstiegs für den Schlussvorgang.....	255
4.3.4.3 Adjunktive Schlüssigkeit als notwendige Bedingung für normale schulmathematische Schlussgültigkeiten .....	256
4.3.4.4 Konnektiv-schulmathematische Schlüssigkeit .....	257
4.3.4.5 Redundante Aussagen als Störungen logischer Folgerichtigkeit .....	261
4.3.5 Übersicht über die wichtigsten schulmathematischen Schlussverfahren.....	263
4.3.5.1 „Logische“ Schlussverfahren .....	263
4.3.5.2 Finite Schlussverfahren .....	266
Appendix: Ist das berühmte „Ziegenproblem“ wirklich gelöst? .....	269
Schlussbemerkungen.....	277
Literatur.....	281
Personenregister.....	287
Sachregister.....	291