

Inhalt

Vorwort.....	9
Einleitung:.....	15
Was für eine Logik ist der Schulmathematik angemessen(er)?.....	15
Kapitel 1:.....	25
Allgemeine sprachlogische Grundfragen.....	25
1.1 Sprache und Logik in ontologischer Sicht	27
1.1.1 Syntax, Semantik und Pragmatik einer Sprache	27
1.1.2 Die logischen Eigenschaften der Sprache	29
1.1.3 Logische Fragen der Genese des Sprachverständnisses.....	35
1.2 Sprache und Logik in regelbezogener Sicht.....	37
1.2.1 Objektsprache und Metasprache.....	37
1.2.2 Die metasprachlichen Regeln	39
1.3 Zum Gegenstand der Logik und zu ihrer Rolle in der Schulmathematik.....	48
Kapitel 2:.....	51
Historischer Abriss des Wechselverhältnisses von logisch- umgangssprachlichen Untersuchungen und logischen Neubestimmungen	51
2.1 Logisch-kombinatorische Fortschritte bis zum ersten Höhepunkt in Syllogistik und Stoa im 4. und 3. Jahrhundert v. Chr.....	51
2.1.1 Die Anfänge und die Charakteristika der Syllogistik	51
2.1.2 Die Charakteristika der Stoa	55
2.2 Der lange Weg zu den logischen Kunstsprachen des 19. Jahrhunderts.....	57
2.3 Die direkten Auswirkungen der axiomatisch konstruierten logisch-mathematischen Kalküle auf die anderweitigen wissenschaftlichen Auffassungen	66
2.3.1 Neuansätze in der Sprachlogik der Mathematik.....	66

2.3.2 Erste Versuche einer Abgrenzung zwischen den beiden Sprachsystemen.....	71
2.3.3 Die Entstehung einer doppelgleisigen Sprache der Mathematik	80
2.4 Die nach Reichenbach verbleibende Ineffektivität der spezifischen Inhaltsbestimmungen für die umgangssprachlichen logischen Operatoren. Die zunehmende Breite mathematisch-logischer Anwendungen	82
 Kapitel 3:.....	91
Schambergers Kalkül als jüngster logisch-umgangssprachlicher Systematisierungsversuch	91
3.1 Schambergers Anspruch und Zielstellung.....	91
3.2 Nutzen und Fehlerhaftigkeit des Kalküls	93
3.2.1 Die Widersprüchlichkeit des Vorworts.....	93
3.2.2 Zum Verhältnis von klassischer und deduktiver Gültigkeit.....	96
3.2.3 Detailbemerkungen zur ersten Variante einer veränderten Konditionaleinführung	100
3.2.4 Detailbemerkungen zur zweiten Variante einer veränderten Konditionaleinführung	103
3.2.5 Methodische Bemerkungen zur ganzheitlichen Analyse des Schambergerschen Kalküls.....	112
3.2.6 Analyse der restlichen strittigen Argumenttypen Schambergers	114
3.2.6.1 „Ex falso quodlibet“ und „verum ex quolibet“ (in traditioneller Verallgemeinerung)	115
3.2.6.1.1 Die allgemeinen Fassungen	116
3.2.6.1.2 Die Spezifizierungen.....	121
3.2.6.2 Schluss aus einer Disjunktion auf eine Implikation.....	126
3.2.6.3 Prämissentausch bei Implikationen	128
3.2.6.4 Schluss aus einer konjunktiv-molekularen Implikation auf eine molekulare Disjunktion	132
3.2.6.5 Schluss aus einer disjunktiv-molekularen Implikation auf eine molekulare Disjunktion	135
3.2.6.6 Schluss aus einer negierten Konjunktion auf eine Implikation	138

3.2.6.7	Schluss aus einer negierten Existentialaussage auf eine Allaussage.....	141
3.2.6.8	Schluss aus einer negierten Implikation auf eine Konjunktion	146
3.2.6.9	Schluss aus einer negierten Allaussage auf eine Existentialaussage.....	148
3.2.6.10	Der Disjunktive Syllogismus	149
3.2.6.11	Die Disjunktionseinführung	155
3.2.6.12	Der Kettenschluss.....	158
3.2.6.13	Die Antezedenzerweiterung.....	172
3.2.6.14	Die Kontraposition.....	175
3.2.6.15	Zusammenfassung	180
Kapitel 4:	183
	Vorschlag für ein logisches Grundgerüst der Schulmathematik.....	183
4.1	Die „Entdeckung“ einer ersten logisch-schulmathematischen Besonderheit	183
4.2	Die ontologischen Eigenschaften und Relationen der schulmathematischen Logik in Wechselwirkung von Umgangssprache und Kalkülsprache	190
4.2.1	Informationen zum syntaktischen Aufbau	191
4.2.2	Informationen zum semantischen Aufbau.....	192
4.2.2.1	Logische Operatoren.....	193
4.2.2.1.1	Allgemeine Vorbemerkungen	193
4.2.2.1.2	Die aussagenlogischen Operatoren und ihre Negationen	194
4.2.2.1.3	Die prädikatenlogischen Operatoren und ihre Negationen	207
4.2.2.2	Logische Termini und synthetische Termini	214
4.2.2.3	Aussagen	215
4.2.2.4	Logikdouble und Sprachwahl	218
4.3	Logische Schlussregeln	221
4.3.1	Die Bedeutung logischer Schlussregeln	222
4.3.2	Die Umwandlung der logischen Operatoren ineinander.....	225

4.3.2.1 Die Umformungen der aussagenlogischen Operatoren.....	226
4.3.2.2 Die Umformungen der prädikatenlogischen Operatoren.....	240
4.3.3 Schlussverfahren im Rahmen philosophischer Bedingungsgefüge	246
4.3.4 Überlegungen zum schrittweisen Aufbau schulmathematischer Schlussverfahren.....	252
4.3.4.1 Die korrekte Absicherung der logisch-strukturellen Beziehungen eines Schlusses	253
4.3.4.2 Die Erkundung des Einstiegs für den Schlussvorgang.....	255
4.3.4.3 Adjunktive Schlüssigkeit als notwendige Bedingung für normale schulmathematische Schlussgültigkeiten	256
4.3.4.4 Konnektiv-schulmathematische Schlüssigkeit	257
4.3.4.5 Redundante Aussagen als Störungen logischer Folgerichtigkeit	261
4.3.5 Übersicht über die wichtigsten schulmathematischen Schlussverfahren.....	263
4.3.5.1 „Logische“ Schlussverfahren	263
4.3.5.2 Finite Schlussverfahren	266
Appendix: Ist das berüchtigte „Ziegenproblem“ wirklich gelöst?.....	269
Schlussbemerkungen	277
Literatur.....	281
Personenregister.....	287
Sachregister.....	291