

Ronald W. Leven  
Bernd-Peter Koch  
Bernd Pompe

# Chaos in dissipativen Systemen

2., überarbeitete und erweiterte Auflage



Akademie Verlag

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>11</b>
1.1	Die logistische Abbildung . . . . .	15
1.2	Das parametrisch erregte Pendel . . . . .	23
1.3	Das Rayleigh–Bénard–Experiment . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Grundbegriffe</b>	<b>33</b>
2.1	Dynamisches System, Phasenraum, Phasenfluß . . . . .	33
2.2	Darstellung von Trajektorien . . . . .	35
2.3	Dissipation und Attraktoren . . . . .	47
2.4	Maße auf Attraktoren . . . . .	55
<b>3</b>	<b>Quantitative Charakterisierung chaotischer Bewegungen</b>	<b>63</b>
3.1	Ljapunov–Exponenten . . . . .	64
3.1.1	Ljapunov–Exponent eindimensionaler zeitdiskreter Systeme . . . . .	65
3.1.2	Spektrum der Ljapunov–Exponenten . . . . .	70
3.1.3	Probleme bei der experimentellen Bestimmung von Ljapunov–Exponenten . . . . .	75
3.1.4	Bestimmung der Ljapunov–Exponenten im Computerexperiment . . . . .	77
3.1.5	Ljapunov–Exponenten aus experimentellen Zeitreihen . . . . .	83
3.2	Fraktale Dimensionen . . . . .	89
3.2.1	Kapazität und Hausdorff–Dimension . . . . .	91
3.2.2	Dimensionen des natürlichen Maßes . . . . .	96
3.2.3	Rényi–Dimensionen . . . . .	98
3.2.4	Experimentelle Bestimmung der Rényi–Dimensionen . . . . .	102

3.2.5	Ljapunov-Dimension . . . . .	108
3.3	Entropien . . . . .	112
3.3.1	Transinformation . . . . .	115
3.3.2	Kolmogorov–Sinaj–Entropie . . . . .	120
3.3.3	Beziehungen zwischen Entropie, Ljapunov–Exponenten und Informationsdimensionen .	128
3.3.4	Experimentelle Bestimmung der Entropien	131
<b>4</b>	<b>Universalität auf dem Wege zum Chaos</b>	<b>139</b>
4.1	Über Periodenverdopplungen zum Chaos . . . . .	141
4.1.1	Einige numerische Resultate . . . . .	143
4.1.2	Selbstähnlichkeit und Renormierung . . . . .	145
4.1.3	Bestimmung der Feigenbaum–Konstanten .	146
4.1.4	Periodenverdopplung und Universalität in höherdimensionalen Systemen . . . . .	149
4.2	Übergang von Quasiperiodizität zum Chaos . . . . .	151
4.2.1	Periodisch angestoßener Rotator und Standardabbildung . . . . .	151
4.2.2	Die Kreisabbildung . . . . .	153
4.2.3	Periodische und quasiperiodische Lösungen	155
4.2.4	Irrationale Windungszahlen . . . . .	158
4.2.5	Der Übergang von Quasiperiodizität zum Chaos aus experimenteller Sicht . . . . .	164
<b>5</b>	<b>Übergangsphänomene im chaotischen Regime</b>	<b>167</b>
5.1	Die logistische Abbildung für $r > r_{\infty}$ . . . . .	167
5.1.1	Verschmelzen chaotischer Bänder . . . . .	167
5.1.2	Periodische Fenster . . . . .	168
5.2	Intermittenz . . . . .	171
5.2.1	Länge der laminaren Abschnitte . . . . .	173
5.2.2	Selbstähnlichkeitsbeziehungen . . . . .	175
5.3	Krisen . . . . .	176
5.3.1	Krisen bei der logistischen Abbildung . . . . .	176
5.3.2	Attraktorentwicklung bei der Standardabbildung . . . . .	178
5.3.3	Transientes Chaos . . . . .	183
5.3.4	Kriseninduzierte Intermittenz . . . . .	185
5.4	Fraktale Einzugsgebietsgrenzen . . . . .	188