

**Mike Scherfner
Torsten Senkbeil**

Lineare Algebra für das erste Semester

PEARSON
Studium

ein Imprint von Pearson Education
München • Boston • San Francisco • Harlow, England
Don Mills, Ontario • Sydney • Mexico City
Madrid • Amsterdam

Inhaltsverzeichnis

Einige Worte vorab	9
Kapitel 1 Ein wenig Vorbereitung	13
1.1 Ein Vorrat an Buchstaben	14
1.2 Mengen	15
1.2.1 Allgemeines	15
1.2.2 Wie aus bekannten Mengen neue entstehen	17
1.2.3 Ein kleiner Zoo wichtiger Mengen	18
1.2.4 Die Menge der komplexen Zahlen	19
1.3 Abbildungen	20
1.3.1 Was ist eine Abbildung?	20
1.3.2 Verknüpfung von Abbildungen	21
1.3.3 Einige Eigenschaften von Abbildungen	21
1.4 Vom richtigen Umgang mit der Aussagenlogik	22
Kapitel 2 Was ist Lineare Algebra und wofür wird sie verwendet?	27
Kapitel 3 Vektorräume und lineare Unabhängigkeit	33
3.1 Motivation	34
3.2 Vektorräume	35
3.3 Der Vektorraum der reellen Zahlen	37
3.4 Der Vektorraum reellwertiger Funktionen auf \mathbb{R}	38
3.5 Linearkombinationen	39
3.6 Aufgaben	45
3.7 Lösungen	46
Kapitel 4 Lineare Abbildungen und Matrizen	51
4.1 Motivation	52
4.2 Grundlagen zu linearen Abbildungen	52
4.3 Kern und Bild	54
4.4 Grundlegendes zu Matrizen	56
4.5 Rechnen mit Matrizen	59
4.5.1 Multiplikation von Matrizen	59
4.5.2 Vektorraumstruktur für Matrizen	61
4.6 Besondere Matrizen	62
4.7 Aufgaben	65
4.8 Lösungen	66

Kapitel 5	Lineare Gleichungssysteme	71
5.1	Motivation und elementare Anwendungen	72
5.2	Grundlagen	74
5.3	Gauß-Algorithmus	75
5.3.1	Abweichungen vom Idealfall	77
5.4	Die Struktur der Lösungsmenge	78
5.5	Zum Invertieren von Matrizen	81
5.6	Aufgaben	82
5.7	Lösungen	83
Kapitel 6	Determinanten	87
6.1	Motivation	88
6.2	Definition und Berechnung	88
6.2.1	Berechnung für (2×2) -Matrizen	91
6.2.2	Berechnung für (3×3) -Matrizen	91
6.2.3	Dreiecksmatrizen	92
6.3	Geometrische Interpretation	92
6.3.1	Determinante als Volumenform	92
6.3.2	Determinante und Orientierung	93
6.3.3	Determinante und lineare Unabhängigkeit	94
6.4	Rechenregeln für die Determinante	95
6.5	Das Kreuzprodukt	96
6.6	Aufgaben	97
6.7	Lösungen	98
Kapitel 7	Norm und Skalarprodukt	101
7.1	Motivation	102
7.2	Die Norm	102
7.3	Das Skalarprodukt	105
7.4	Orthonormalisierung nach Schmidt	107
7.4.1	Das Verfahren	109
7.5	Aufgaben	112
7.6	Lösungen	113
Kapitel 8	Basiswechsel und darstellende Matrizen	117
8.1	Motivation	118
8.2	Koordinatenvektoren	119
8.2.1	Das Geschehen am Diagramm	120
8.3	Darstellung linearer Abbildungen durch Matrizen	122
8.4	Matrixtransformation bei einem Basiswechsel	123
8.5	Aufgaben	124
8.6	Lösungen	125

Kapitel 9	Eigenwerte, Eigenvektoren und Diagonalisierbarkeit	129
9.1	Motivation	130
9.2	Grundlagen	130
9.3	Berechnung der Eigenwerte	133
9.4	Berechnung der Eigenvektoren	134
9.5	Vielfachheiten	135
9.6	Hauptvektoren	137
9.7	Diagonalisierbarkeit	138
9.7.1	Diagonalisierung am Beispiel	142
9.8	Aufgaben	143
9.9	Lösungen	144
Kapitel 10	Differenzialgleichungen I	151
10.1	Motivation	152
10.2	Grundlagen	153
10.3	Umschreiben in ein System am Beispiel	155
10.4	Wesentliche Fragestellungen	156
10.5	Lösen durch Integration	157
10.6	Standardlösungsansatz I	157
10.7	Aufgaben	160
10.8	Lösungen	161
Kapitel 11	Differenzialgleichungen II	163
11.1	Motivation	164
11.2	Standardlösungsansatz II	164
11.3	Finden einer partikulären Lösung	166
11.4	Anfangswertprobleme	166
11.5	Wronski-Test	168
11.6	Aufgaben	170
11.7	Lösungen	171
Kapitel 12	Erste-Hilfe-Kurs	175
12.1	Welcher Prüfer?	177
12.2	Die Vorbereitung	177
12.3	Prüfungsangst?!	178
12.4	Zur schriftlichen Prüfung	178
12.5	Zur mündlichen Prüfung	179
Symbol-Glossar		181
Sachregister		183