

**Mike Scherfner  
Torsten Senkbeil**

# **Lineare Algebra für das erste Semester**

**PEARSON**  
  
**Studium**

---

ein Imprint von Pearson Education  
München • Boston • San Francisco • Harlow, England  
Don Mills, Ontario • Sydney • Mexico City  
Madrid • Amsterdam

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einige Worte vorab</b>	<b>9</b>
<b>Kapitel 1 Ein wenig Vorbereitung</b>	<b>13</b>
1.1 Ein Vorrat an Buchstaben .....	14
1.2 Mengen .....	15
1.2.1 Allgemeines .....	15
1.2.2 Wie aus bekannten Mengen neue entstehen .....	17
1.2.3 Ein kleiner Zoo wichtiger Mengen .....	18
1.2.4 Die Menge der komplexen Zahlen .....	19
1.3 Abbildungen .....	20
1.3.1 Was ist eine Abbildung? .....	20
1.3.2 Verknüpfung von Abbildungen .....	21
1.3.3 Einige Eigenschaften von Abbildungen .....	21
1.4 Vom richtigen Umgang mit der Aussagenlogik .....	22
<b>Kapitel 2 Was ist Lineare Algebra und wofür wird sie verwendet?</b>	<b>27</b>
<b>Kapitel 3 Vektorräume und lineare Unabhängigkeit</b>	<b>33</b>
3.1 Motivation .....	34
3.2 Vektorräume .....	35
3.3 Der Vektorraum der reellen Zahlen .....	37
3.4 Der Vektorraum reellwertiger Funktionen auf $\mathbb{R}$ .....	38
3.5 Linearkombinationen .....	39
3.6 Aufgaben .....	45
3.7 Lösungen .....	46
<b>Kapitel 4 Lineare Abbildungen und Matrizen</b>	<b>51</b>
4.1 Motivation .....	52
4.2 Grundlagen zu linearen Abbildungen .....	52
4.3 Kern und Bild .....	54
4.4 Grundlegendes zu Matrizen .....	56
4.5 Rechnen mit Matrizen .....	59
4.5.1 Multiplikation von Matrizen .....	59
4.5.2 Vektorraumstruktur für Matrizen .....	61
4.6 Besondere Matrizen .....	62
4.7 Aufgaben .....	65
4.8 Lösungen .....	66

<b>Kapitel 5 Lineare Gleichungssysteme</b>	71
5.1 Motivation und elementare Anwendungen .....	72
5.2 Grundlagen .....	74
5.3 Gauß-Algorithmus .....	75
5.3.1 Abweichungen vom Idealfall .....	77
5.4 Die Struktur der Lösungsmenge .....	78
5.5 Zum Invertieren von Matrizen .....	81
5.6 Aufgaben .....	82
5.7 Lösungen .....	83
<b>Kapitel 6 Determinanten</b>	87
6.1 Motivation .....	88
6.2 Definition und Berechnung .....	88
6.2.1 Berechnung für $(2 \times 2)$ -Matrizen .....	91
6.2.2 Berechnung für $(3 \times 3)$ -Matrizen .....	91
6.2.3 Dreiecksmatrizen .....	92
6.3 Geometrische Interpretation .....	92
6.3.1 Determinante als Volumenform .....	92
6.3.2 Determinante und Orientierung .....	93
6.3.3 Determinante und lineare Unabhängigkeit .....	94
6.4 Rechenregeln für die Determinante .....	95
6.5 Das Kreuzprodukt .....	96
6.6 Aufgaben .....	97
6.7 Lösungen .....	98
<b>Kapitel 7 Norm und Skalarprodukt</b>	101
7.1 Motivation .....	102
7.2 Die Norm .....	102
7.3 Das Skalarprodukt .....	105
7.4 Orthonormalisierung nach Schmidt .....	107
7.4.1 Das Verfahren .....	109
7.5 Aufgaben .....	112
7.6 Lösungen .....	113
<b>Kapitel 8 Basiswechsel und darstellende Matrizen</b>	117
8.1 Motivation .....	118
8.2 Koordinatenvektoren .....	119
8.2.1 Das Geschehen am Diagramm .....	120
8.3 Darstellung linearer Abbildungen durch Matrizen .....	122
8.4 Matrixtransformation bei einem Basiswechsel .....	123
8.5 Aufgaben .....	124
8.6 Lösungen .....	125

<b>Kapitel 9 Eigenwerte, Eigenvektoren und Diagonalisierbarkeit</b>	<b>129</b>
9.1 Motivation .....	130
9.2 Grundlagen .....	130
9.3 Berechnung der Eigenwerte .....	133
9.4 Berechnung der Eigenvektoren .....	134
9.5 Vielfachheiten .....	135
9.6 Hauptvektoren .....	137
9.7 Diagonalisierbarkeit .....	138
9.7.1 Diagonalsierung am Beispiel .....	142
9.8 Aufgaben .....	143
9.9 Lösungen .....	144
<b>Kapitel 10 Differenzialgleichungen I</b>	<b>151</b>
10.1 Motivation .....	152
10.2 Grundlagen .....	153
10.3 Umschreiben in ein System am Beispiel .....	155
10.4 Wesentliche Fragestellungen .....	156
10.5 Lösen durch Integration .....	157
10.6 Standardlösungsansatz I .....	157
10.7 Aufgaben .....	160
10.8 Lösungen .....	161
<b>Kapitel 11 Differenzialgleichungen II</b>	<b>163</b>
11.1 Motivation .....	164
11.2 Standardlösungsansatz II .....	164
11.3 Finden einer partikulären Lösung .....	166
11.4 Anfangswertprobleme .....	166
11.5 Wronski-Test .....	168
11.6 Aufgaben .....	170
11.7 Lösungen .....	171
<b>Kapitel 12 Erste-Hilfe-Kurs</b>	<b>175</b>
12.1 Welcher Prüfer? .....	177
12.2 Die Vorbereitung .....	177
12.3 Prüfungsangst?! .....	178
12.4 Zur schriftlichen Prüfung .....	178
12.5 Zur mündlichen Prüfung .....	179
<b>Symbol-Glossar</b>	<b>181</b>
<b>Sachregister</b>	<b>183</b>