

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	3
1 Einführung	15
1.1 Grundintegrale	15
1.2 Allgemeine Formeln	16
2 Algebraische Funktionen	17
2.1 Integrale der Form $\int x^p(ax^r + b)^q dx$	17
2.2 Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{x^n + a^n}$	18
2.3 Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{x^n - a^n}$	18
2.4 Integrale der Form $\int \frac{x^p dx}{(x + a)^q}$	19
2.5 Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^p(x + a)^q}$	20
2.6 Integrale der Form $\int x^p \left(\frac{x + a}{x + b} \right)^q dx$	21
2.7 Integrale der Form $\int \frac{x^p dx}{(x + a)^q(x + b)^r}$	23
2.8 Integrale der Form $\int x^{\pm m}(ax^2 + bx + c)^n dx$	24
2.9 Integrale der Form $\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$	25
2.10 Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$	25
2.11 Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m(ax^2 + bx + c)^n}$	26
2.12 Integrale der Form $\int (x + d)^{\pm m}(ax^2 + bx + c)^n dx$	27
2.13 Integrale der Form $\int \frac{(x + d)^m dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$	27
2.14 Integrale der Form $\int \frac{dx}{(x + d)^m(ax^2 + bx + c)^n}$	28
2.15 Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(x^2 + a^2)^n}$	29
2.16 Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m(x^2 + a^2)^n}$	30
2.17 Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(x^2 - a^2)^n}$	31
2.18 Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m(x^2 - a^2)^n}$	33

2.19	Integrale der Form $\int \frac{x^{\pm m} dx}{(x^3 + a^3)^n}$	34
2.20	Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(x^4 + a^4)^n}$	35
2.21	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m(x^4 + a^4)^n}$	36
2.22	Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(x^4 - a^4)^n}$	36
2.23	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m(x^4 - a^4)^n}$	37
2.24	Integrale der Form $\int \frac{x^{\pm m} dx}{(ax^4 + bx^2 + c)^n}$	37
2.25	Integrale der Form $\int x^{\pm m}(ax^{2k} + bx^k + c)^{\pm n} dx$	38
2.26	Integrale der Form $\int x^{m+1/2}(ax \pm b)^{\pm n} dx$	39
2.27	Integrale der Form $\int \frac{(ax \pm b)^{\pm n}}{x^{m+1/2}} dx$	40
2.28	Integrale der Form $\int \frac{x^{m+1/2}}{(x^2 + a^2)^n} dx$	40
2.29	Integrale der Form $\int \frac{x^{m+1/2}}{(x^2 - a^2)^n} dx$	41
2.30	Integrale der Form $\int x^m(ax + b)^{n+1/2} dx$	41
2.31	Integrale der Form $\int \frac{(ax + b)^{n+1/2}}{x^m} dx$	42
2.32	Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(ax + b)^{n+1/2}}$	43
2.33	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m(ax + b)^{n+1/2}}$	43
2.34	Integrale der Form $\int (ax + b)^{\pm m+1/2}(cx + d)^{\pm n+1/2} dx$	44
2.35	Integrale der Form $\int x^p(ax + b)^{\pm 1/n} dx$	45
2.36	Integrale der Form $\int (x - a)^{\pm m}(ax + b)^{p/n} dx$	46
2.37	Integrale der Form $\int (x - a)^{\pm m} \left(\frac{ax + b}{cx + d} \right)^{p/n} dx$	47
2.38	Integrale der Form $\int \frac{x^{p/n} dx}{(x^2 + a^2)^m}$	47
2.39	Integrale der Form $\int \frac{x^{p/n} dx}{(x^2 - a^2)^m}$	48
2.40	Integrale der Form $\int x^m(x^2 + a^2)^{n+1/2} dx$	48
2.41	Integrale der Form $\int \frac{(x^2 + a^2)^{n+1/2}}{x^m} dx$	49
2.42	Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(x^2 + a^2)^{n+1/2}}$	50
2.43	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m(x^2 + a^2)^{n+1/2}}$	52
2.44	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(x + b)^n(x^2 + a^2)^{1/2}}$	53

2.45	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(x^2 \pm b^2)^m (x^2 + a^2)^{n+1/2}}$	53
2.46	Integrale der Form $\int x^m (x^2 - a^2)^{n+1/2} dx$	53
2.47	Integrale der Form $\int \frac{(x^2 - a^2)^{n+1/2}}{x^m} dx$	54
2.48	Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(x^2 - a^2)^{n+1/2}}$	56
2.49	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m (x^2 - a^2)^{n+1/2}}$	57
2.50	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(x + b)^n (x^2 - a^2)^{1/2}}$	58
2.51	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(x^2 \pm b^2)(x^2 - a^2)^{1/2}}$	58
2.52	Integrale der Form $\int x^m (a^2 - x^2)^{n+1/2} dx$	58
2.53	Integrale der Form $\int \frac{(a^2 - x^2)^{n+1/2}}{x^m} dx$	59
2.54	Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(a^2 - x^2)^{n+1/2}}$	60
2.55	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m (a^2 - x^2)^{n+1/2}}$	61
2.56	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(x + b)^n (a^2 - x^2)^{1/2}}$	62
2.57	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(b^2 \pm x^2)^m (a^2 - x^2)^{n+1/2}}$	63
2.58	Integrale der Form $\int x^m (ax^2 + bx + c)^{n+1/2} dx$	63
2.59	Integrale der Form $\int \frac{(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}{x^m} dx$	64
2.60	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}$	65
2.61	Integrale der Form $\int \frac{x^m dx}{(ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}$	65
2.62	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^m (ax^2 + bx + c)^{n+1/2}}$	66
2.63	Integrale der Form $\int \frac{(ax^2 + bx + c)^{\pm n+1/2}}{(x + p)^m} dx$	67
2.64	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(x^2 + px + q)^m (ax^2 + bx + c)^{1/2}}$	69
3	Exponentialfunktion	71
3.1	Integrale der Form $\int f(e^{ax}) dx$	71
3.2	Integrale der Form $\int x^p e^{ax} dx$	71
3.3	Integrale der Form $\int \frac{e^{ax}}{x^p} dx$	72
3.4	Integrale der Form $\int x^p e^{-ax^2} dx$	72
3.5	Integrale der Form $\int \frac{e^{-ax^2}}{x^p} dx$	73

4	Hyperbolische Funktionen	75
4.1	Integrale der Form $\int \sinh^p x \, dx$	75
4.2	Integrale der Form $\int \frac{dx}{\sinh^p x}$	75
4.3	Integrale der Form $\int \cosh^p x \, dx$	76
4.4	Integrale der Form $\int \frac{dx}{\cosh^p x}$	76
4.5	Integrale der Form $\int \sinh^p x \cosh^q x \, dx$	77
4.6	Integrale der Form $\int \frac{\sinh^p x}{\cosh^q x} dx$	79
4.7	Integrale der Form $\int \frac{\cosh^q x}{\sinh^p x} dx$	81
4.8	Integrale der Form $\int \frac{dx}{\sinh^p x \cosh^q x}$	82
4.9	Integrale der Form $\int \tanh^p x \, dx$	84
4.10	Integrale der Form $\int \coth^p x \, dx$	84
4.11	Integrale der Form $\int \frac{(A + B \cosh x + C \sinh x) dx}{(a + b \cosh x + c \sinh x)^n (a_1 + b_1 \cosh x + c_1 \sinh x)^p}$	84
4.12	Integrale der Form $\int \sinh(ax + b) \sinh(cx + d) \, dx$, $\int \cosh(ax + b) \cosh(cx + d) \, dx$, $\int \sinh(ax + b) \cosh(cx + d) \, dx$	88
4.13	Integrale der Form $\int \sinh^p x \sinh ax \, dx$	89
4.14	Integrale der Form $\int \sinh^p x \cosh ax \, dx$	90
4.15	Integrale der Form $\int \cosh^p x \sinh ax \, dx$	90
4.16	Integrale der Form $\int \cosh^p x \cosh ax \, dx$	91
4.17	Integrale der Form $\int \sqrt{\tanh x} dx$, $\int \sqrt{\coth x} dx$	92
4.18	Integrale der Form $\int x^p \sinh^q x \, dx$	92
4.19	Integrale der Form $\int \frac{x^p}{\sinh^q x} dx$	93
4.20	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^p \sinh^q x}$	94
4.21	Integrale der Form $\int x^p \cosh^q x \, dx$	94
4.22	Integrale der Form $\int \frac{x^p}{\cosh^q x} dx$	96
4.23	Integrale der Form $\int \frac{dx}{x^p \cosh^q x}$	96
4.24	Integrale der Form $\int x^r \sinh^p x \cosh^q x \, dx$	97
4.25	Integrale der Form $\int x^p \tanh x \, dx$	97
4.26	Integrale der Form $\int x^p \coth^n x \, dx$	98

4.27	Integrale der Form $\int \frac{x^p \cosh^m x dx}{(a + b \sinh x)^q}, \int \frac{x^p \sinh^n x dx}{(a + b \cosh x)^q}$	98
4.28	Integrale der Form $\int (bx + c)^{\pm n} \sinh ax dx$	98
4.29	Integrale der Form $\int (bx + c)^{\pm n} \cosh ax dx$	99
4.30	Integrale der Form $\int x^p e^{bx} \sinh ax dx$	99
4.31	Integrale der Form $\int x^p e^{bx} \cosh ax dx$	100
5	Trigonometrische Funktionen	101
5.1	Einführung	101
5.2	Integrale der Form $\int \sin^p x dx$	101
5.3	Integrale der Form $\int \frac{dx}{\sin^p x}$	102
5.4	Integrale der Form $\int \cos^p x dx$	103
5.5	Integrale der Form $\int \frac{dx}{\cos^p x}$	104
5.6	Integrale der Form $\int \sin^p x \cos^q x dx$	104
5.7	Integrale der Form $\int \frac{\sin^p x}{\cos^q x} dx$	106
5.8	Integrale der Form $\int \frac{\cos^q x}{\sin^p x} dx$	108
5.9	Integrale der Form $\int \frac{dx}{\sin^p x \cos^q x}$	110
5.10	Integrale der Form $\int \tan^p x dx$	111
5.11	Integrale der Form $\int \cot^p x dx$	112
5.12	Integrale der Form $\int \frac{A + B \cos x + C \sin x}{(a + b \cos x + c \sin x)^n (a_1 + b_1 \cos x + c_1 \sin x)^p} dx$	112
5.13	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(a + b \sin^2 x)^n}$	115
5.14	Integrale der Form $\int \frac{dx}{(a + b \cos^2 x)^n}$	116
5.15	Integrale der Form $\int \frac{A \cos^2 x + B \sin x \cos x + C \sin^2 x}{a \cos^2 x + b \sin x \cos x + c \sin^2 x} dx$	117
5.16	Integrale der Form $\int \frac{A \tan x + B}{a \tan^2 x + b \tan x + c} dx$	117
5.17	Integrale der Form $\int \sin(ax + b) \sin(cx + d) dx, \int \cos(ax + b) \cos(cx + d) dx,$ $\int \sin(ax + b) \cos(cx + d) dx$	118
5.18	Integrale der Form $\int \sin^p x \sin ax dx$	118
5.19	Integrale der Form $\int \sin^p x \cos ax dx$	119
5.20	Integrale der Form $\int \cos^p x \sin ax dx$	120
5.21	Integrale der Form $\int \cos^p x \cos ax dx$	121

5.22	Integrale der Form $\int \frac{\sin^m x}{\sin^m x} dx, \int \frac{\cos^m x}{\cos^m x} dx$	122
5.23	Integrale der Form $\int \frac{\sin^m x}{\cos^m x} dx$	122
5.24	Integrale der Form $\int \frac{\cos^m x}{\sin^m x} dx$	122
5.25	Integrale der Form $\int \sin^l x \cos^m x \sin^{n+1/2} x dx$	123
5.26	Integrale der Form $\int \frac{\sin^{\pm l} x \cos^{\pm m} x}{\sin^{n+1/2} x} dx$	123
5.27	Integrale der Form $\int \sin^l x \cos^m x \cos^{\pm n+1/2} x dx$	124
5.28	Integrale der Form $\int (a + b \cos x + c \sin x)^{\pm n+1/2} dx$	125
5.29	Integrale der Form $\int \sin^{\pm m} x (1 - k^2 \sin^2 x)^{n/2} dx$	126
5.30	Integrale der Form $\int \frac{\sin^{\pm m} x dx}{(1 - k^2 \sin^2 x)^{n/2}}$	126
5.31	Integrale der Form $\int \cos^{\pm m} x (1 - k^2 \sin^2 x)^{n/2} dx$	127
5.32	Integrale der Form $\int \frac{\cos^{\pm m} x dx}{(1 - k^2 \sin^2 x)^{n/2}}$	127
5.33	Integrale der Form $\int \sin^m x \cos^n x (1 - k^2 \sin^2 x)^p dx$	128
5.34	Integrale der Form $\int \frac{\sin^m x}{\cos^n x} (1 - k^2 \sin^2 x)^{1/2} dx$	129
5.35	Integrale der Form $\int \frac{\cos^m x}{\sin^n x} (1 - k^2 \sin^2 x)^{1/2} dx$	130
5.36	Integrale der Form $\int \frac{\sin^p x \cos^q x}{(1 - k^2 \sin^2 x)^r} dx$	130
5.37	Integrale der Form $\int \frac{\sin^p x}{\cos^q x} \frac{dx}{(1 - k^2 \sin^2 x)^r}$	132
5.38	Integrale der Form $\int \frac{\cos^p x}{\sin^q x} \frac{dx}{(1 - k^2 \sin^2 x)^r}$	133
5.39	Integrale der Form $\int \frac{(1 - k^2 \sin^2 x)^{1/2}}{\sin^m x \cos^n x} dx$	134
5.40	Integrale der Form $\int \frac{dx}{\sin^m x \cos^n x (1 - k^2 \sin^2 x)^{1/2}}$	134
5.41	Integrale der Form $\int \frac{\sin^m x \cos^n x}{(1 + a \sin^2 x)(1 - k^2 \sin^2 x)^{1/2}} dx$	135
5.42	Integrale der Form $\int \frac{\sin^{\pm m} x \cos^{\pm n} x}{\sqrt{1 + a^2 \sin^2 x}} dx$	135
5.43	Integrale der Form $\int \frac{\sin^{\pm m} x \cos^{\pm n} x}{\sqrt{a^2 \sin^2 x - 1}} dx$	136
5.44	Integrale der Form $\int \tan^m x (a^2 \tan^2 x \pm b^2)^{\pm n+1/2} dx$	136
5.45	Integrale der Form $\int \cot^m x (a^2 \cot^2 x \pm b^2)^{\pm n+1/2} dx$	137
5.46	Integrale der Form $\int \tan^m x (a^2 - b^2 \tan^2 x)^{\pm n+1/2} dx$	138
5.47	Integrale der Form $\int \cot^m x (a^2 - b^2 \cot^2 x)^{\pm n+1/2} dx$	138
5.48	Integrale der Form $\int x^p \sin^q x dx$	139

5.49	Integrale der Form $\int \frac{\sin^q x}{x^p} dx$	140
5.50	Integrale der Form $\int \frac{x^p}{\sin^q x} dx$	141
5.51	Integrale der Form $\int x^p \cos^q x dx$	142
5.52	Integrale der Form $\int \frac{\cos^q x}{x^p} dx$	144
5.53	Integrale der Form $\int \frac{x^p}{\cos^q x} dx$	145
5.54	Integrale der Form $\int x^p \tan^q x dx$	146
5.55	Integrale der Form $\int x^p \cot^q x dx$	146
5.56	Integrale der Form $\int x^r \sin^p x \cos^q x dx$	146
5.57	Integrale der Form $\int \frac{x^p \sin^m x \cos^n x}{(a + b \cos x + c \sin x)^q} dx$	147
5.58	Integrale der Form $\int \frac{x \sin^m x \cos^n x}{(1 - k^2 \sin^2 x)^r} dx$	148
5.59	Integrale der Form $\int (x + b)^{\pm n} \sin ax dx$	148
5.60	Integrale der Form $\int (x + b)^{\pm n} \cos ax dx$	149
5.61	Integrale der Form $\int e^{ax} \sin^p bx dx$	149
5.62	Integrale der Form $\int e^{ax} \cos^p bx dx$	150
5.63	Integrale der Form $\int e^{ax} \sin^p bx \cos^q cx dx$	151
5.64	Integrale der Form $\int e^{ax} \tan^p x dx$	151
5.65	Integrale der Form $\int e^{ax} \cot^p x dx$	152
5.66	Integrale der Form $\int x^p e^{ax} \sin(bx + c) dx$	152
5.67	Integrale der Form $\int x^p e^{ax} \cos(bx + c) dx$	153
5.68	Integrale der Form $\int \sinh^m(ax + b) \sin^n(cx + d) dx$	153
5.69	Integrale der Form $\int \sinh^m(ax + b) \cos^n(cx + d) dx$	154
5.70	Integrale der Form $\int \cosh^m(ax + b) \sin^n(cx + d) dx$	155
5.71	Integrale der Form $\int \cosh^m(ax + b) \cos^n(cx + d) dx$	156
5.72	Integrale der Form $\int x^p \sin x^2 dx$	157
5.73	Integrale der Form $\int x^p \cos x^2 dx$	158

6	Logarithmische Funktion	159
6.1	Integrale der Form $\int x^p \ln^q x \, dx$	159
6.2	Integrale der Form $\int \frac{x^p \, dx}{\ln^q x}$	160
6.3	Integrale der Form $\int (x+a)^p \ln x \, dx$	161
6.4	Integrale der Form $\int x^p \ln(ax+b) \, dx$	161
6.5	Integrale der Form $\int x^p \ln \frac{x+a}{x-a} \, dx$	162
6.6	Integrale der Form $\int x^{\pm m} \ln(x^2+a^2) \, dx$	163
6.7	Integrale der Form $\int x^{\pm m} \ln x^2-a^2 \, dx$	164
6.8	Integrale der Form $\int x^p \ln(x+\sqrt{x^2+a^2}) \, dx$	165
6.9	Integrale der Form $\int x^p \ln(x+\sqrt{x^2-a^2}) \, dx$	165
6.10	Integrale der Form $\int \frac{x^p}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} \ln(x+\sqrt{x^2 \pm a^2}) \, dx$	166
6.11	Integrale der Form $\int \ln^p(x+\sqrt{x^2 \pm a^2}) \, dx$	167
7	Inverse trigonometrische Funktionen	169
7.1	Integrale der Form $\int \arcsin^p \frac{x}{a} \, dx$	169
7.2	Integrale der Form $\int x^p \arcsin \frac{x}{a} \, dx$	169
7.3	Integrale der Form $\int \frac{1}{x^p} \arcsin \frac{x}{a} \, dx$	170
7.4	Integrale der Form $\int (a \pm x)^{\pm n+1/2} \arcsin \frac{x}{a} \, dx$	170
7.5	Integrale der Form $\int x^p (a^2-x^2)^q \arcsin^r \frac{x}{a} \, dx$	171
7.6	Integrale der Form $\int \arccos^p \frac{x}{a} \, dx$	172
7.7	Integrale der Form $\int x^p \arccos \frac{x}{a} \, dx$	173
7.8	Integrale der Form $\int \frac{1}{x^p} \arccos \frac{x}{a} \, dx$	173
7.9	Integrale der Form $\int (a \pm x)^{\pm n+1/2} \arccos \frac{x}{a} \, dx$	174
7.10	Integrale der Form $\int x^p (a^2-x^2)^q \arccos^r \frac{x}{a} \, dx$	174
7.11	Integrale der Form $\int x^p \arctan \frac{x}{a} \, dx$	176
7.12	Integrale der Form $\int \frac{1}{x^p} \arctan \frac{x}{a} \, dx$	177
7.13	Integrale der Form $\int x^p (x^2+a^2)^q \arctan \frac{x}{a} \, dx$	177
7.14	Integrale der Form $\int x^p \operatorname{arccot} \frac{x}{a} \, dx$	179
7.15	Integrale der Form $\int \frac{1}{x^p} \operatorname{arccot} \frac{x}{a} \, dx$	179

7.16	Integrale der Form $\int x^p(x^2 + a^2)^q \operatorname{arccot} \frac{x}{a} dx$	180
8	Inverse hyperbolische Funktionen	183
	Anhang	185
A	Einige elementare Funktionen und ihre Eigenschaften	185
A.1	Potenz-, Exponential- und logarithmische Funktionen	185
A.1.1	Differentiationsformeln	185
A.1.2	Potenzreihen	185
A.2	Hyperbolische Funktionen	186
A.2.1	Einige Zusammenhänge	186
A.2.2	Differentiationsformeln	186
A.2.3	Zusammenhang mit trigonometrischen Funktionen	186
A.2.4	Hyperbolische Funktionen der Winkelsummen und -differenzen	186
A.2.5	Summen und Differenzen von hyperbolischen Funktionen	186
A.2.6	Produkte hyperbolischer Funktionen	187
A.2.7	Potenzen hyperbolischer Funktionen	187
A.2.8	Hyperbolische Funktionen des vielfachen Arguments	187
A.2.9	Potenzreihen	188
A.3	Trigonometrische Funktionen	188
A.3.1	Einige Zusammenhänge	188
A.3.2	Differentiationsformeln	189
A.3.3	Formeln von Euler und Moivre	189
A.3.4	Zusammenhang mit hyperbolischen Funktionen	189
A.3.5	Trigonometrische Funktionen von Winkelsummen und -differenzen	189
A.3.6	Reduktionsformeln	189
A.3.7	Summen und Differenzen trigonometrischer Funktionen	190
A.3.8	Produkte trigonometrischer Funktionen	190
A.3.9	Potenzen trigonometrischer Funktionen	190
A.3.10	Trigonometrische Funktionen des vielfachen Arguments	191
A.3.11	Trigonometrische Funktionen einiger Winkel	192
A.3.12	Potenzreihen	195
A.4	Inverse trigonometrische Funktionen	195
A.4.1	Einige Zusammenhänge	195
A.4.2	Zusammenhang mit den logarithmischen und den inversen hyperbolischen Funktionen	196
A.4.3	Differentiationsformeln	196
A.4.4	Zusammenhang zwischen den inversen trigonometrischen Funktionen	196
A.4.5	Potenzreihen	197
B	Spezielle Funktionen und Symbole	199