

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	11
1.1	Warum Mathematik?	11
1.2	Vorbereitende und ergänzende Literatur	13
2	Mathematische Grundbegriffe	15
2.1	Zahlen	15
2.2	Rechenregeln	16
2.3	Zahlen als Messergebnisse	17
2.3.1	Messgenauigkeit, Runden	17
2.3.2	Maßeinheiten	18
2.3.3	Mol und Molekulargewicht	18
2.4	Vektoren, Matrizen	19
2.5	Matrizenmultiplikation	21
2.6	Zahlenfolgen	22
2.7	Funktionen	23
2.8	Bemerkungen zum Rechnen mit Logarithmen	25
2.9	Fragen und Aufgaben	25
3	Differenzieren, Ableitung	27
3.1	Ableitung von Funktionen einer Variablen	27
3.2	Ableitungsregeln	29
3.3	Integral und Stammfunktion	32
3.4	Partielle Ableitungen	33
3.5	Fragen und Aufgaben	34
4	Grafische Darstellung von Daten und beschreibende Statistik	35
4.1	Datenvektoren und Datenmatrizen	35
4.2	Beschreibende Statistik – Grundbegriffe	37
4.3	Eindimensionale Stichproben	38
4.3.1	Nominale Merkmale	38
4.3.2	Metrische Merkmale	39
4.3.3	Statistische Kennzahlen	41
4.4	Zweidimensionale Stichproben	43
4.5	Lineare Regression	45
4.6	Allometrie	48
4.7	Fragen und Aufgaben	51
5	Wachstumsmodelle: unbeschränktes Wachstum	53
5.1	Lineares Wachstum	53
5.2	Exponentielles Wachstum – diskrete Zeit	54
5.2.1	Modellwahl	58
5.2.2	Quadratische Abweichung	59

5.3	Exponentielles Wachstum – stetige Zeit	60
5.3.1	Von diskreter zu stetiger Zeit	60
5.3.2	Die Differenzialgleichung für exponentielles Wachstum in stetiger Zeit . .	61
5.3.3	Kommentar aus der Sicht der Mathematik	62
5.3.4	Lineare Regression bei exponentiellem Wachstum	63
5.3.5	Zusammenfassung zum exponentiellen Wachstum:	64
5.3.6	Exponentielles Aussterben	64
5.3.7	Verdopplungszeit, Halbwertszeit	65
5.4	Fragen und Aufgaben	66
6	Wachstumsmodelle: beschränktes Wachstum	67
6.1	Logistisches Wachstum	67
6.1.1	Ein paar grundsätzliche Bemerkungen zum Begriff der Differenzialgleichung	71
6.1.2	Bemerkungen zum numerischen Lösen einer Differenzialgleichung . . .	72
6.1.3	Anpassung des logistischen Modells an Daten	73
6.1.4	Ein Residuenplot	74
6.2	Stabilisierung bei konstantem Zufluss und exponentiellem Abbau	75
6.3	Variationen zum logistischen Wachstum	76
6.3.1	Ein logistisches Modell mit „Bejagung“	76
6.3.2	Ein Modell mit zwei stabilen Gleichgewichten	79
6.4	Zeitverzögerungen	80
6.5	Zwei Modelle der chemischen Reaktionskinetik	81
6.6	Fragen und Aufgaben	85
7	Modelle der Populationsgenetik	87
7.1	Das Hardy-Weinberg-Modell	87
7.2	Inzucht	91
7.3	Selektion	92
7.4	Fragen und Aufgaben	97
8	Wachstumsmodelle: zwei Populationen	98
8.1	Das Räuber-Beute-Modell von Lotka und Volterra	98
8.2	Ein einfaches Epidemiemodell	103
8.3	Fragen und Aufgaben	105
9	Wahrscheinlichkeitsrechnung	106
9.1	Zufallsvariablen	106
9.1.1	Diskrete Zufallsvariablen	107
9.1.2	Kontinuierliche Zufallsvariablen	108
9.2	Unabhängigkeit diskreter Zufallsvariablen	109
9.2.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit	110
9.2.2	Die Binomialverteilung	110
9.3	Unabhängigkeit kontinuierlicher Zufallsvariablen	112
9.4	Histogramm unabhängiger Beobachtungen	112
9.5	Erwartungswert und Varianz	113
9.5.1	Erwartungswert und Varianz diskreter Zufallsvariablen	113

9.5.2	Erwartungswert und Varianz kontinuierlicher Zufallsvariablen	115
9.6	Normal- und Poisson-Approximation der Binomialverteilung	116
9.6.1	Verteilungsfunktionen binomialverteilter Zufallsvariablen	116
9.6.2	Normalapproximation der Binomialverteilung	117
9.6.3	Poisson-Approximation der Binomialverteilung	118
9.7	Fragen und Aufgaben	119
10	Beurteilende Statistik: Testen	120
10.1	Der Binomialtest	120
10.1.1	Formulierung des Testproblems	120
10.1.2	Durchführung des Tests	121
10.1.3	Unabhängigkeit der Beobachtungen	122
10.2	Chi-Quadrat-Tests	123
10.3	Fragen und Aufgaben	129
11	Beurteilende Statistik: Schätzen	131
11.1	Schätzen von Erfolgswahrscheinlichkeiten	131
11.2	Konfidenzintervall für den Erwartungswert	134
11.2.1	Konfidenzintervall bei normalverteilten Beobachtungen	135
11.2.2	Der Ein-Stichproben-t-Test	136
11.3	Fragen und Aufgaben	137
12	Beurteilende Statistik: Korrelation und Regression	138
12.1	Ist der Korrelationskoeffizient signifikant von Null verschieden?	138
12.2	Die statistische Beurteilung der geschätzten Regressionskoeffizienten	140
12.3	Vorsicht bei linearer Regression	142
12.4	Fragen und Aufgaben	142
13	Einführung in das Sequenz-Alignment	143
13.1	Scoring-Modelle zur Bewertung von Alignments	143
13.1.1	Scoring bei DNA-Alignments	143
13.1.2	Scoring bei Proteinsequenz-Alignments	144
13.2	Scores und Wahrscheinlichkeiten	146
13.3	Der Needleman-Wunsch-Algorithmus	148
13.3.1	Die Grundidee des Needleman-Wunsch-Algorithmus	149
13.3.2	Eine Realisierung des Needleman-Wunsch-Algorithmus für den Vergleich zweier DNA-Sequenzen in R	151
13.3.3	Beispiele zum Needleman-Wunsch-Algorithmus	152
13.3.4	Der Smith-Waterman-Algorithmus	153
13.4	Clustering	154
13.5	Fragen und Aufgaben	156
R	Einführung in R	157
R1	Erste Schritte	158
R1.1	R als Taschenrechner	158
R1.2	Eine erste Grafik	161

R2	Grundlegende Begriffe	162
R2.1	Variablen	162
R2.2	Folgen	163
R2.3	Die erzeugten Objekte	165
R3	Funktionen, Nullstellen, Maxima, Minima, R-Hilfe	166
R3.1	Funktionen	166
R3.2	Funktionsgraphen	167
R3.3	Hilfe in der Dokumentation	168
R3.4	Nullstellen, Maxima und Minima	169
R4	Funktionen mehrerer Variablen, der Workspace von R	171
R4.1	Funktionen mehrerer Variablen	171
R4.2	Wie funktioniert R im Hintergrund?	172
R5	Vektoren, Matrizen, der Dateneditor	174
R5.1	Vektoren	174
R5.2	Matrizen	176
R6	Matrizenmultiplikation, Dotplots	180
R6.1	Matrizenmultiplikation	180
R6.2	Der Befehl <code>outer()</code>	182
R6.3	Eine Vergleichstabelle für Sequenzvergleiche und ein Dotplot	183
R7	Datensätze, R Commander, beschreibende Statistik	185
R7.1	Der R Commander	185
R7.2	Datensätze	186
R7.3	Speichern von Programmen und Objekten	189
R7.4	Lineare Regression und Korrelation	190
R8	Datenim- und -export, Grafikexport	193
R8.1	Erstellen und Einlesen eigener Datensätze	193
R8.2	Grafik-Export	195
R9	Exponentielles Wachstum und Abklingen	197
R9.1	Zinseszins mit R als Taschenrechner	197
R9.2	Exponentielles Wachstum – US-Bevölkerungsdaten	197
R9.3	Exponentieller Abbau – Medikamentenabbau im Körper	198
R10	Nichtlineare Regression	200
R10.1	Logistisches Wachstum – US-Bevölkerungsdaten	201
R10.2	Biexponentielles Abklingen	201
R10.3	Michaelis-Menten-Funktion	202
R11	Binomial-, Normal- und Poisson-Verteilung	203
R11.1	Die Binomialverteilung	203
R11.2	Die Normalverteilung	204
R11.3	Die Poisson-Verteilung	205
R11.4	Plotten von Dichten und Verteilungsfunktionen	205

R12	Binomialtest und Chi-Quadrat-Tests	206
R12.1	Die Binomialverteilung und der Binomialtest	206
R12.2	χ^2 -Tests	208
R13	Schätzen und Testen bei normalverteilten Beobachtungen	209
R13.1	Konfidenzintervalle bei normalverteilten Beobachtungen	209
R13.2	Ein-Stichproben- <i>t</i> -Test	211
R13.3	Zwei-Stichproben- <i>t</i> -Test – verbundene Strichproben	212
R13.4	Statistik zur linearen Regression	213
R14	Sequence Alignment	214
R14.1	Die Datenbank Genbank	214
R14.2	Die Bereitstellung von Sequenzen für R	215
R14.3	Needleman-Wunsch-Algorithmus für Protein-Sequenzen	216
R14.4	Gleichzeitiger Vergleich mehrerer Sequenzen	217
Verzeichnisse		219
R-Codes zu ausgewählten Abbildungen		219
Literatur		225
Sachregister		227
Index der R-Befehle		231