

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|----|
| 1 | Einführung | 11 |
| 1.1 | Warum Mathematik? | 11 |
| 1.2 | Vorbereitende und ergänzende Literatur | 13 |
| 2 | Mathematische Grundbegriffe | 15 |
| 2.1 | Zahlen | 15 |
| 2.2 | Rechenregeln | 16 |
| 2.3 | Zahlen als Messergebnisse | 17 |
| 2.3.1 | Messgenauigkeit, Runden | 17 |
| 2.3.2 | Maßeinheiten | 18 |
| 2.3.3 | Mol und Molekulargewicht | 18 |
| 2.4 | Vektoren, Matrizen | 19 |
| 2.5 | Matrizenmultiplikation | 21 |
| 2.6 | Zahlenfolgen | 22 |
| 2.7 | Funktionen | 23 |
| 2.8 | Bemerkungen zum Rechnen mit Logarithmen | 25 |
| 2.9 | Fragen und Aufgaben | 25 |
| 3 | Differenzieren, Ableitung | 27 |
| 3.1 | Ableitung von Funktionen einer Variablen | 27 |
| 3.2 | Ableitungsregeln | 29 |
| 3.3 | Integral und Stammfunktion | 32 |
| 3.4 | Partielle Ableitungen | 33 |
| 3.5 | Fragen und Aufgaben | 34 |
| 4 | Grafische Darstellung von Daten und beschreibende Statistik | 35 |
| 4.1 | Datenvektoren und Datenmatrizen | 35 |
| 4.2 | Beschreibende Statistik – Grundbegriffe | 37 |
| 4.3 | Eindimensionale Stichproben | 38 |
| 4.3.1 | Nomiale Merkmale | 38 |
| 4.3.2 | Metrische Merkmale | 39 |
| 4.3.3 | Statistische Kennzahlen | 41 |
| 4.4 | Zweidimensionale Stichproben | 43 |
| 4.5 | Lineare Regression | 45 |
| 4.6 | Allometrie | 48 |
| 4.7 | Fragen und Aufgaben | 51 |
| 5 | Wachstumsmodelle: unbeschränktes Wachstum | 53 |
| 5.1 | Lineares Wachstum | 53 |
| 5.2 | Exponentielles Wachstum – diskrete Zeit | 54 |
| 5.2.1 | Modellwahl | 58 |
| 5.2.2 | Quadratische Abweichung | 59 |

| | | |
|----------|--|-----|
| 5.3 | Exponentielles Wachstum – stetige Zeit | 60 |
| 5.3.1 | Von diskreter zu stetiger Zeit | 60 |
| 5.3.2 | Die Differenzialgleichung für exponentielles Wachstum in stetiger Zeit | 61 |
| 5.3.3 | Kommentar aus der Sicht der Mathematik | 62 |
| 5.3.4 | Lineare Regression bei exponentiellem Wachstum | 63 |
| 5.3.5 | Zusammenfassung zum exponentiellen Wachstum: | 64 |
| 5.3.6 | Exponentielles Aussterben | 64 |
| 5.3.7 | Verdopplungszeit, Halbwertzeit | 65 |
| 5.4 | Fragen und Aufgaben | 66 |
| 6 | Wachstumsmodelle: beschränktes Wachstum | 67 |
| 6.1 | Logistisches Wachstum | 67 |
| 6.1.1 | Ein paar grundsätzliche Bemerkungen zum Begriff der Differenzialgleichung | 71 |
| 6.1.2 | Bemerkungen zum numerischen Lösen einer Differenzialgleichung | 72 |
| 6.1.3 | Anpassung des logistischen Modells an Daten | 73 |
| 6.1.4 | Ein Residuenplot | 74 |
| 6.2 | Stabilisierung bei konstantem Zufluss und exponentiellem Abbau | 75 |
| 6.3 | Variationen zum logistischen Wachstum | 76 |
| 6.3.1 | Ein logistisches Modell mit „Bejagung“ | 76 |
| 6.3.2 | Ein Modell mit zwei stabilen Gleichgewichten | 79 |
| 6.4 | Zeitverzögerungen | 80 |
| 6.5 | Zwei Modelle der chemischen Reaktionskinetik | 81 |
| 6.6 | Fragen und Aufgaben | 85 |
| 7 | Modelle der Populationsgenetik | 87 |
| 7.1 | Das Hardy-Weinberg-Modell | 87 |
| 7.2 | Inzucht | 91 |
| 7.3 | Selektion | 92 |
| 7.4 | Fragen und Aufgaben | 97 |
| 8 | Wachstumsmodelle: zwei Populationen | 98 |
| 8.1 | Das Räuber-Beute-Modell von Lotka und Volterra | 98 |
| 8.2 | Ein einfaches Epidemiemodell | 103 |
| 8.3 | Fragen und Aufgaben | 105 |
| 9 | Wahrscheinlichkeitsrechnung | 106 |
| 9.1 | Zufallsvariablen | 106 |
| 9.1.1 | Diskrete Zufallsvariablen | 107 |
| 9.1.2 | Kontinuierliche Zufallsvariablen | 108 |
| 9.2 | Unabhängigkeit diskreter Zufallsvariablen | 109 |
| 9.2.1 | Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit | 110 |
| 9.2.2 | Die Binomialverteilung | 110 |
| 9.3 | Unabhängigkeit kontinuierlicher Zufallsvariablen | 112 |
| 9.4 | Histogramm unabhängiger Beobachtungen | 112 |
| 9.5 | Erwartungswert und Varianz | 113 |
| 9.5.1 | Erwartungswert und Varianz diskreter Zufallsvariablen | 113 |

| | | |
|-----------|---|-----|
| 9.5.2 | Erwartungswert und Varianz kontinuierlicher Zufallsvariablen | 115 |
| 9.6 | Normal- und Poisson-Approximation der Binomialverteilung | 116 |
| 9.6.1 | Verteilungsfunktionen binomialverteilter Zufallsvariablen | 116 |
| 9.6.2 | Normalapproximation der Binomialverteilung | 117 |
| 9.6.3 | Poisson-Approximation der Binomialverteilung | 118 |
| 9.7 | Fragen und Aufgaben | 119 |
| 10 | Beurteilende Statistik: Testen | 120 |
| 10.1 | Der Binomialtest | 120 |
| 10.1.1 | Formulierung des Testproblems | 120 |
| 10.1.2 | Durchführung des Tests | 121 |
| 10.1.3 | Unabhängigkeit der Beobachtungen | 122 |
| 10.2 | Chi-Quadrat-Tests | 123 |
| 10.3 | Fragen und Aufgaben | 129 |
| 11 | Beurteilende Statistik: Schätzen | 131 |
| 11.1 | Schätzen von Erfolgswahrscheinlichkeiten | 131 |
| 11.2 | Konfidenzintervall für den Erwartungswert | 134 |
| 11.2.1 | Konfidenzintervall bei normalverteilten Beobachtungen | 135 |
| 11.2.2 | Der Ein-Stichproben- <i>t</i> -Test | 136 |
| 11.3 | Fragen und Aufgaben | 137 |
| 12 | Beurteilende Statistik: Korrelation und Regression | 138 |
| 12.1 | Ist der Korrelationskoeffizient signifikant von Null verschieden? | 138 |
| 12.2 | Die statistische Beurteilung der geschätzten Regressionskoeffizienten | 140 |
| 12.3 | Vorsicht bei linearer Regression | 142 |
| 12.4 | Fragen und Aufgaben | 142 |
| 13 | Einführung in das Sequenz-Alignment | 143 |
| 13.1 | Scoring-Modelle zur Bewertung von Alignments | 143 |
| 13.1.1 | Scoring bei DNA-Alignments | 143 |
| 13.1.2 | Scoring bei Proteinsequenz-Alignments | 144 |
| 13.2 | Scores und Wahrscheinlichkeiten | 146 |
| 13.3 | Der Needleman-Wunsch-Algorithmus | 148 |
| 13.3.1 | Die Grundidee des Needleman-Wunsch-Algorithmus | 149 |
| 13.3.2 | Eine Realisierung des Needleman-Wunsch-Algorithmus für den Vergleich zweier DNA-Sequenzen in R | 151 |
| 13.3.3 | Beispiele zum Needleman-Wunsch-Algorithmus | 152 |
| 13.3.4 | Der Smith-Waterman-Algorithmus | 153 |
| 13.4 | Clustering | 154 |
| 13.5 | Fragen und Aufgaben | 156 |
| R | Einführung in R | 157 |
| R1 | Erste Schritte | 158 |
| R1.1 | R als Taschenrechner | 158 |
| R1.2 | Eine erste Grafik | 161 |

| | | |
|-------|--|-----|
| R2 | Grundlegende Begriffe | 162 |
| R2.1 | Variablen | 162 |
| R2.2 | Folgen | 163 |
| R2.3 | Die erzeugten Objekte | 165 |
| R3 | Funktionen, Nullstellen, Maxima, Minima, R-Hilfe | 166 |
| R3.1 | Funktionen | 166 |
| R3.2 | Funktionsgraphen | 167 |
| R3.3 | Hilfe in der Dokumentation | 168 |
| R3.4 | Nullstellen, Maxima und Minima | 169 |
| R4 | Funktionen mehrerer Variablen, der Workspace von R | 171 |
| R4.1 | Funktionen mehrerer Variablen | 171 |
| R4.2 | Wie funktioniert R im Hintergrund? | 172 |
| R5 | Vektoren, Matrizen, der Dateneditor | 174 |
| R5.1 | Vektoren | 174 |
| R5.2 | Matrizen | 176 |
| R6 | Matrizenmultiplikation, Dotplots | 180 |
| R6.1 | Matrizenmultiplikation | 180 |
| R6.2 | Der Befehl <code>outer()</code> | 182 |
| R6.3 | Eine Vergleichstabelle für Sequenzvergleiche und ein Dotplot | 183 |
| R7 | Datensätze, R Commander, beschreibende Statistik | 185 |
| R7.1 | Der R Commander | 185 |
| R7.2 | Datensätze | 186 |
| R7.3 | Speichern von Programmen und Objekten | 189 |
| R7.4 | Lineare Regression und Korrelation | 190 |
| R8 | Datenim- und -export, Grafikexport | 193 |
| R8.1 | Erstellen und Einlesen eigener Datensätze | 193 |
| R8.2 | Grafik-Export | 195 |
| R9 | Exponentielles Wachstum und Abklingen | 197 |
| R9.1 | Zinseszins mit R als Taschenrechner | 197 |
| R9.2 | Exponentielles Wachstum – US-Bevölkerungsdaten | 197 |
| R9.3 | Exponentieller Abbau – Medikamentenabbau im Körper | 198 |
| R10 | Nichtlineare Regression | 200 |
| R10.1 | Logistisches Wachstum – US-Bevölkerungsdaten | 201 |
| R10.2 | Biexponentielles Abklingen | 201 |
| R10.3 | Michaelis-Menten-Funktion | 202 |
| R11 | Binomial-, Normal- und Poisson-Verteilung | 203 |
| R11.1 | Die Binomialverteilung | 203 |
| R11.2 | Die Normalverteilung | 204 |
| R11.3 | Die Poisson-Verteilung | 205 |
| R11.4 | Plotten von Dichten und Verteilungsfunktionen | 205 |

| | | |
|-------------------------------------|---|-----|
| R12 | Binomialtest und Chi-Quadrat-Tests | 206 |
| R12.1 | Die Binomialverteilung und der Binomialtest | 206 |
| R12.2 | χ^2 -Tests | 208 |
| R13 | Schätzen und Testen bei normalverteilten Beobachtungen | 209 |
| R13.1 | Konfidenzintervalle bei normalverteilten Beobachtungen | 209 |
| R13.2 | Ein-Stichproben- <i>t</i> -Test | 211 |
| R13.3 | Zwei-Stichproben- <i>t</i> -Test – verbundene Stichproben | 212 |
| R13.4 | Statistik zur linearen Regression | 213 |
| R14 | Sequence Alignment | 214 |
| R14.1 | Die Datenbank Genbank | 214 |
| R14.2 | Die Bereitstellung von Sequenzen für R | 215 |
| R14.3 | Needleman-Wunsch-Algorithmus für Protein-Sequenzen | 216 |
| R14.4 | Gleichzeitiger Vergleich mehrerer Sequenzen | 217 |
| Verzeichnisse | 219 | |
| R-Codes zu ausgewählten Abbildungen | 219 | |
| Literatur | 225 | |
| Sachregister | 227 | |
| Index der R-Befehle | 231 | |