

Inhaltsverzeichnis

1	Funktionen	1
1.1	Grundbegriffe	2
1.2	Umkehrfunktion, Verkettung	11
1.3	Bivariate Funktionen	15
1.4	Multivariate Funktionen	18
1.5	Weitere Eigenschaften multivariater Funktionen	20
1.6	Ordnungen und Äquivalenzrelationen	22
	Selbsttest	29
	Aufgaben	30
2	Matrizen und Vektoren	33
2.1	Matrizen	34
2.2	Addition und Skalarmultiplikation von Matrizen	37
2.3	Multiplikation von Matrizen	41
2.4	Inverse Matrizen	44
2.5	Lineare Abbildungen	46
2.6	Geometrie des \mathbb{R}^n	49
2.7	Weitere Eigenschaften von Mengen im \mathbb{R}^n	54
2.8	Orthogonale Matrizen und Abbildungen	57
	Selbsttest	61
	Aufgaben	62
3	Folgen und Reihen	65
3.1	Zahlenfolgen	67
3.2	Mehrdimensionale Folgen	75
3.3	Weitere Eigenschaften von Folgen	77
3.4	Reihen	78
3.5	Geometrische Reihe	80
3.6	Anwendung: Finanzmathematik	81
3.7	Konvergenzkriterien für Reihen	86
3.8	Stetigkeit von Funktionen	90
3.9	Weitere Eigenschaften stetiger Funktionen	95

3.10 Fixpunkte einer Funktion	98
3.11 Stetigkeit von Funktionen mehrerer Veränderlicher	101
Selbsttest	105
Aufgaben	106
4 Differenzierbare Funktionen einer Variablen	109
4.1 Ableitung, Differential, Elastizität	110
4.2 Ableitungsregeln	117
4.3 Erste und zweite Ableitung	120
4.4 Nullstellen und Extrema	123
4.5 Wendepunkte	127
4.6 Monotonie, Konkavität, Konvexität	130
4.7 Höhere Ableitungen und Taylor-Polynom	132
4.8 Regel von L'Hospital	135
4.9 Mittelwertsatz	137
4.10 Numerische Verfahren zur Nullstellenbestimmung	138
Selbsttest	148
Aufgaben	149
5 Differenzierbare Funktionen mehrerer Variablen	153
5.1 Ableitung, Differential, Elastizitäten	154
5.2 Ableitungsregeln	161
5.3 Ableitung vektorwertiger Funktionen	163
5.4 Kettenregel und totale Ableitung	167
5.5 Homogenität	169
5.6 Implizite Funktionen	174
5.7 Richtungsableitung	181
5.8 Lokale lineare Approximation	183
Selbsttest	186
Aufgaben	188
6 Optimierung von Funktionen mehrerer Variablen	193
6.1 Extrema im Innern des Definitionsbereichs	194
6.2 Extrema am Rand des Definitionsbereichs	199
6.3 Globale Extrema	200
6.4 Extrema unter Nebenbedingungen	204
6.5 Enveloppentheorem	213
6.6 Hinreichende Bedingungen für Extrema unter Nebenbedingungen	216
6.7 Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen	220
6.8 Taylor-Polynom	230
Selbsttest	232
Aufgaben	234

7 Integralrechnung	237
7.1 Stammfunktionen	238
7.2 Unbestimmte Integrale	243
7.3 Bestimmte Integrale	245
7.4 Weitere Rechenregeln für bestimmte Integrale	247
7.5 Berechnung von Flächen	248
7.6 Partielle Integration	253
7.7 Integration durch Substitution	255
7.8 Uneigentliche Integrale	257
7.9 Integralrechnung in mehreren Variablen	262
7.10 Ableitung unter dem Integral	269
Selbsttest	270
Aufgaben	272
8 Lineare Gleichungen	275
8.1 Lösung einer linearen Gleichung	275
8.2 Elementare Zeilenumformungen	276
8.3 Das Gauß-Jordan-Verfahren	277
8.4 Inversion einer Matrix	285
Selbsttest	288
Aufgaben	289
9 Grundbegriffe der linearen Algebra	291
9.1 Linearkombinationen und Erzeugnis	291
9.2 Lineare Unterräume	294
9.3 Lineare Unabhängigkeit	295
9.4 Basis und Dimension	297
9.5 Rang einer Matrix	300
9.6 Mehr über lineare Gleichungen	303
9.7 Vektorräume	307
Selbsttest	310
Aufgaben	311
10 Determinanten und Eigenwerte von Matrizen	313
10.1 Determinanten	313
10.2 Eigenwerte	320
10.3 Eigenwerte von symmetrischen Matrizen	327
Selbsttest	332
Aufgaben	334
11 Lineare Optimierung	337
11.1 Grafische Lösung	340
11.2 Das Simplexverfahren	341
11.3 Die Mathematik des Simplexverfahrens	344

11.4 Das Simplexverfahren in Tableauform	350
11.5 Die Zweiphasenmethode zur Gewinnung einer Anfangslösung	357
11.6 Dualität	363
Selbsttest	373
Aufgaben	374
12 Differential- und Differenzengleichungen	377
12.1 Differentialgleichungen	378
12.2 Differenzengleichungen	391
Selbsttest	417
Aufgaben	418
A Das griechische Alphabet	421
B Mengen	423
C Summen und Produkte	429
D Komplexe Zahlen	435
E Kurzlösungen zu den Selbsttests	443
F Kurzlösungen zu den Aufgaben	447
Ausgewählte Lehrbücher	469
Index	471