

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>v</b>
<b>1 Komplexe Zahlen und ihre geometrische Darstellung</b>	<b>1</b>
1.1 Von den natürlichen Zahlen zu den komplexen Zahlen .....	1
1.2 Die komplexen Zahlen .....	6
1.3 Rechnen im Körper $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ .....	10
Aufgaben .....	11
1.4 Die Gaußsche Zahlenebene .....	12
1.5 Die Betragsfunktion in $\mathbb{C}$ .....	12
1.6 Punktmengen in der Gaußschen Zahlenebene .....	15
Aufgaben .....	22
1.7 Polarkoordinatendarstellung .....	23
1.8 Die Formeln von Moivre und Euler .....	26
1.9 Anwendungen in der Physik: Bewegungen eines Punktes in der Ebene ..	31
1.10 Spiralen .....	37
1.11 Komplexe Zahlen und Fraktale .....	41
Aufgaben .....	46
<b>2 Primzahlen im Komplexen</b>	<b>49</b>
2.1 Die Menge der ganzen Gaußschen Zahlen .....	49
2.2 Norm und Einheiten .....	50
2.3 Die Gaußschen Primzahlen .....	51
2.4 Division mit Rest im Ring der ganzen Gaußschen Zahlen .....	54
2.5 Primfaktorzerlegung in $\mathbb{G}$ .....	56
Aufgaben .....	57

<b>3</b>	<b>Lösungen algebraischer Gleichungen</b>	<b>59</b>
3.1	Quadratwurzeln und quadratische Gleichungen .....	59
3.2	Allgemeine Wurzeln .....	64
3.3	Einheitswurzeln: $n$ -te Wurzeln aus der Zahl 1 .....	66
	Aufgaben .....	70
3.4	Kubische Gleichungen .....	72
3.5	Ausblick .....	84
3.6	Lösungen der Gleichung 4. Grades .....	85
	Aufgaben .....	87
<b>4</b>	<b>Fundamentalsatz der Algebra</b>	<b>89</b>
4.1	Die Problemstellung .....	89
4.2	Der Fundamentalsatz der Algebra .....	90
4.3	Die Bedeutung des Fundamentalsatzes .....	97
	Aufgaben .....	100
<b>5</b>	<b>Riemannsche Kugel</b>	<b>101</b>
5.1	Einleitung .....	101
5.2	Stereografische Projektion .....	102
5.3	Eigenschaften der stereografischen Projektion .....	103
5.4	Darstellung einer Funktion auf der Riemannschen Zahlenkugel – ein Beispiel .....	108
	Aufgaben .....	108
<b>6</b>	<b>Komplexe Funktionen</b>	<b>111</b>
6.1	Begriffsbildung .....	111
6.2	Differenzieren von komplexen Funktionen .....	113
6.3	Konforme Abbildungen .....	116
	Aufgaben .....	120
<b>7</b>	<b>Gebrochen lineare Funktionen</b>	<b>121</b>
7.1	Ganze lineare Funktionen .....	122
7.2	Die Inversion .....	125
7.3	Spiegelung am Kreis und hyperbolische Fraktal-Ornamente .....	131

---

7.4	Kurvenverwandtschaft bei der Inversion $y = 1/z$ .....	133
7.5	Gebrochen lineare Funktionen: Möbiustransformationen .....	136
7.6	Das Doppelverhältnis .....	143
7.7	Normalform der Möbiustransformation mit zwei Fixpunkten .....	144
7.8	Möbius-Transformationen auf der Riemannschen Kugel .....	148
	Aufgaben .....	150
8	Die Jukowski-Funktion und die Funktion $w = z^2$ .....	153
9	Komplexe Zahlen und Konforme Abbildungen mit MAPLE .....	159
	Lösungen zu den Aufgaben .....	169
	Literatur .....	179
	Index .....	181