

Inhalt

1	Einige fundamentale Grundlagen	1
1.1	Zahlbereiche, Rechengesetze, binomische Formeln	1
1.1.1	Grundlegende Rechengesetze	2
1.1.2	Binomische Formeln	4
1.2	Grundlagen der Mengenlehre und der Logik	5
1.2.1	Logische Verknüpfungen und ihre mengentheoretischen Pendanten	7
1.2.2	Definitionszeichen	13
1.2.3	Intervalle	14
1.2.4	Kartesisches Produkt	15
1.2.5	Quantoren	16
1.2.6	Wahrheitstafel	17
1.2.7	De-morgansche Gesetze	18
1.2.8	Beweismethoden	22
1.2.9	Term versus Gleichung	26
1.3	Grundlegende Rechenregeln	27
1.3.1	Bruchrechnung	28
1.3.2	Anwendung: Bestimmung des Ersatzwiderstandes	29
1.3.3	Potenzen und Wurzeln	30
1.3.4	Grundlagen zu Polynomen	32
1.3.5	Logarithmus	36
1.3.6	Betrag	38
1.3.7	Ungleichungen	40
2	Stellenwertsystem und Einheiten	43
2.1	Dezimalsystem	43
2.2	Dualsystem	45
2.3	Hexadezimalsystem	47
2.4	Einheiten umrechnen	49
2.5	Gradmaß und Bogenmaß	50

3	Vektor- und Matrizenrechnung	53
3.1	Vorgriff: Lineare Gleichungssysteme und Determinanten	53
3.1.1	Grundlagen zum Lösen linearer Gleichungssysteme	54
3.1.2	Grundlagen zur Berechnung von Determinanten	57
3.2	Vektoralgebra	59
3.2.1	Vektoren im $\mathbb{R}^n$	59
3.2.2	Der Vektorraumbegriff	64
3.2.3	Linearkombinationen und der Spann	65
3.2.4	Lineare Unabhängigkeit	68
3.2.5	Lineare Gleichungssysteme mit unendlich vielen Lösungen	71
3.2.6	Basis, Dimension und Untervektorräume	73
3.2.7	Koordinatentransformation und Basiswechsel	78
3.2.8	Klassische Transformationen im $\mathbb{R}^2$	86
3.2.9	Winkelberechnungen	89
3.2.10	Orthogonalisierung	92
3.2.11	Projektion	96
3.2.12	Kreuz- und Spatprodukt	98
3.3	Matrizenrechnung, Invertierung und Determinante	101
3.3.1	Rechnen mit Matrizen	102
3.3.2	Inverse Matrizen und das Verfahren von Gauß-Jordan	104
3.3.3	Determinante	106
3.4	Eigenwerte und Eigenvektoren	114
3.5	Anwendungen in der Geometrie	118
3.5.1	Geraden in Parameterform	118
3.5.2	Geraden in Funktionsform	120
3.5.3	Schnittpunkte von Geraden	122
3.5.4	Abstandsberechnung im $\mathbb{R}^2$ und die (Hesse-)Normalform	123
3.5.5	Abstandsberechnungen im $\mathbb{R}^3$	128
3.5.6	Bemerkungen zu Schnittpunkten	133
3.5.7	Optional: Kegelschnitte	135
	Literatur	140
4	Komplexe Zahlen	141
4.1	Einführung und Grundrechenarten	141
4.2	Polarform und Exponentialform	145
4.3	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	149
4.4	Gleichungen in $\mathbb{C}$ lösen	152
4.5	Anwendungsbeispiel	154
4.6	Optional: Exakte Winkelberechnung	157

5	Abbildungen	159
5.1	Grundlagen	159
5.2	Folgen	162
5.2.1	Umwandlung von expliziter in rekursive Form	165
5.2.2	Umwandlung von rekursiver in explizite Form	165
5.3	Definitionsmenge und wichtige Funktionen	166
5.3.1	Merkregeln zum Definitionsbereich	166
5.3.2	Wichtige Funktionen	168
5.4	Umkehrbarkeit von Funktionen	175
5.5	Symmetrie, Periodizität und Parameterdarstellung	182
5.5.1	Symmetrie	183
5.5.2	Periodizität	184
5.5.3	Parameterdarstellung	185
5.6	Konvergenz	187
5.6.1	Grundidee der Folgenkonvergenz	187
5.6.2	Beschränktheit, Monotonie und Konvergenz	191
5.6.3	Rechenregeln für Konvergenz und das Quetschlemma	194
5.6.4	Grenzwert von Funktionen	199
5.6.5	Die Problemfälle	201
5.7	Stetigkeit	203
6	Summen und Reihen	213
6.1	Grundlagen zu Summen	213
6.2	Wichtige Summenformeln	216
6.3	Rechenregeln	220
6.4	Reihen und Konvergenzkriterien	226
6.4.1	Geometrische Reihe	226
6.4.2	Majoranten- und Minorantenkriterium	227
6.4.3	Harmonische Reihe	228
6.4.4	Anmerkungen zu Konvergenzverhalten	228
6.4.5	Nullfolgenkriterium	230
6.4.6	Quotientenkriterium	232
6.4.7	Wurzelkriterium	234
6.4.8	Leibniz-Kriterium	236
6.4.9	Fehlerabschätzung	239

7	Differentialrechnung in $\mathbb{R}$	243
7.1	Grundlagen und Differenzierbarkeit	243
7.2	Ableitungsregeln	250
7.3	Anwendungen der Ableitung	255
7.3.1	Gleichheit von Funktionen	256
7.3.2	Das Differential als Approximation	256
7.3.3	Newton-Nullstellenverfahren	260
7.3.4	Mittelwertsatz	265
7.3.5	Monotonie und Injektivität	267
7.3.6	Regel von l'Hospital	268
7.3.7	Optional: Kurvendiskussion	272
8	Optional: Ortskurven	279
8.1	Grundlagen	279
8.2	Inversion der Ortskurve	281
	Stichwortverzeichnis	287