
Inhaltsverzeichnis

Teil I Teilchen

1	Variationsrechnung	3
1.1	Stationärer Punkt eines Funktional.	3
1.2	Beispiele	6
1.2.1	Geodäte	6
1.2.2	Brachistochrone	8
1.3	Euler-Lagrange-Gleichung	10
1.3.1	Vorüberlegungen	10
1.3.2	Herleitung der Euler-Lagrange-Gleichung	11
1.4	Elementare Anwendungen	16
1.4.1	Geodäte	16
1.4.2	Erstes Integral	18
1.4.3	Brachistochrone	19
1.4.4	Systematische Vorgehensweise	23
	Aufgaben	26
2	Hamilton'sches Prinzip	29
2.1	Heuristik	30
2.2	Formulierung des Variationsprinzips	31
2.3	Verallgemeinerung	33
2.3.1	Mehrere Freiheitsgrade	33
2.3.2	Zwangsbedingungen	34
2.3.3	Generalisierte Koordinaten	35
2.3.4	Bewegungsgleichungen	37
2.3.5	Koordinatenwechsel	39
2.3.6	Lagrange-Formalismus	42
	Aufgaben	44
3	Anwendungen des Lagrange-Formalismus	47
3.1	Elementare Beispiele	47
3.1.1	Krummlinige Koordinaten	47
3.1.2	Zwangsbedingungen	51
3.2	Scheinkräfte	56

3.2.1	Wechsel des Bezugssystems	56
3.2.2	Beschleunigte Translation	58
3.2.3	Rotierendes Bezugssystem.	60
3.3	Teilchen im elektromagnetischen Feld	62
3.3.1	Grundlagen.	63
3.3.2	Lagrange-Funktion.	65
	Aufgaben.	72
4	Symmetrien und Erhaltungssätze	73
4.1	Kanonischer Impuls.	73
4.1.1	Erhaltung einer Impulskomponente.	74
4.1.2	Erhaltung einer Drehimpulskomponente	75
4.2	Symmetrien	76
4.2.1	Translationsinvarianz.	76
4.2.2	Rotationsinvarianz	77
4.3	Noether-Theorem.	78
4.3.1	Kontinuierliche Koordinatentransformationen	78
4.3.2	Infinitesimale Änderung der Lagrange-Funktion.	81
4.3.3	Resultierende Erhaltungsgröße	82
	Aufgaben.	86
5	Hamilton-Formalismus.	89
5.1	Hamilton-Funktion.	90
5.1.1	Zeitliche Änderung der Lagrange-Funktion	90
5.1.2	Gesamtenergie	91
5.2	Hamilton'sche Bewegungsgleichungen	92
5.2.1	Phasenraumvariablen	92
5.2.2	Herleitung der Bewegungsgleichungen	94
5.3	Beispiele.	96
5.3.1	Krummlinige Koordinaten	96
5.3.2	Teilchen im elektromagnetischen Feld	99
	Aufgaben.	102
6	Poisson-Klammer	105
6.1	Grundideen.	105
6.1.1	Motivation und Definition	105
6.1.2	Bewegungsgleichungen	107
6.1.3	Eigenschaften.	109
6.2	Kanonische Transformationen	110
6.2.1	Erhaltungsgrößen.	110
6.2.2	Erzeugende kanonischer Transformationen.	112
6.2.3	Verifikation.	116
6.3	Drehimpuls.	120
6.3.1	Levi-Civita-Symbol	121
6.3.2	Drehung	123
6.3.3	Transformation des Drehimpulses	126
	Aufgaben.	130

Teil II Felder

7	Kleine Schwingungen	135
7.1	Lagrange-Formalismus	136
7.1.1	Potenzielle Energie	136
7.1.2	Kinetische Energie	139
7.1.3	Bewegungsgleichungen	141
7.2	Entkopplungsschritte	142
7.2.1	Diagonalisierung der Massenmatrix	143
7.2.2	Diagonalisierung der massengewichteten Kraftkonstantenmatrix	144
7.3	Normalkoordinaten	146
7.3.1	Resultierende Bewegung	147
7.3.2	Lagrange-Funktion	148
	Aufgaben	151
8	Lineare Kette	153
8.1	Exakte Lösung	154
8.1.1	Bestimmung der relevanten Matrizen	154
8.1.2	Diagonalisierung der massengewichteten Kraftkonstantenmatrix	157
8.1.3	Eigenschaften	159
8.2	Feldtheoretische Beschreibung	161
8.2.1	Lagrange-Dichte	162
8.2.2	Wellengleichung	166
	Aufgaben	172
9	Kanonischer Formalismus für Felder	173
9.1	Struktur der Lagrange-Dichte	173
9.2	Euler-Lagrange-Gleichung für Felder	175
9.3	Implikationen	178
	Aufgaben	184
10	Maxwell-Feld	185
10.1	Bewegungsgleichungen	185
10.1.1	Inhomogene Maxwell-Gleichungen	186
10.1.2	Bewegungsgleichungen für die elektromagnetischen Potenziale	187
10.1.3	Eichungen	188
10.2	Lagrange-Dichte	189
10.2.1	Wechselwirkungsterm	190
10.2.2	Freies Maxwell-Feld	192
10.3	Gesamtsystem	195
	Aufgaben	199

Teil III Kovarianz

11 Von Vektoren zu Tensoren	203
11.1 Grundlegende Bemerkungen	203
11.2 Erlaubte Koordinatentransformationen	204
11.2.1 Invarianter Abstand	204
11.2.2 Metrik	205
11.2.3 Einstein'sche Summenkonvention	207
11.2.4 Transformationsbedingung	208
11.3 Tensoren im dreidimensionalen Raum	211
11.3.1 Tensoren vom Rang 0 oder 1	211
11.3.2 Tensoren vom Rang 2	212
Aufgaben	216
12 Tensoren in der Speziellen Relativitätstheorie	219
12.1 Raumzeitkoordinaten	219
12.1.1 Invarianter Abstand	220
12.1.2 Metrik und Transformationsbedingung	221
12.2 Lorentz- und Poincaré-Transformationen	222
12.2.1 Orthogonale Transformationen und Boosts	223
12.2.2 Boost-Parameter	224
12.2.3 Mathematische Charakterisierung	224
12.3 Tensorfelder	226
12.3.1 Transformation kovarianter Vektoren	228
12.3.2 Vierergradient	231
Aufgaben	235
13 Kovarianz im Lagrange-Formalismus	237
13.1 Konsequenzen für den kanonischen Formalismus	238
13.1.1 Lorentz-invariante Wirkung	239
13.1.2 Lorentz-invariante Lagrange-Dichte	240
13.1.3 Kovariante Bewegungsgleichungen	241
13.2 Herleitung der Klein-Gordon-Gleichung	242
13.2.1 Forderung nach Kovarianz	242
13.2.2 Homogenität der Raumzeit	243
13.2.3 Isotropie des Raums	246
13.2.4 Struktur der Lagrange-Dichte	248
Aufgaben	252
14 Kovariante Elektrodynamik	253
14.1 Kovariante Bewegungsgleichungen	253
14.1.1 Viererpotenzial	253
14.1.2 Elektromagnetischer Feldstärketensor	256
14.1.3 Kontinuitätsgleichung	258
14.2 Lorentz-invariante Lagrange-Dichte	259
14.2.1 Freies Maxwell-Feld	259
14.2.2 Wechselwirkungsterm	261
Aufgaben	263

15 Relativistische Teilchen	265
15.1 Eigenzeit	266
15.2 Relativistische Lagrange-Funktion	269
15.3 Kovariante Bewegungsgleichung	271
Aufgaben	276
Stichwortverzeichnis	277