

Inhaltsverzeichnis

I	Mehrdimensionale Analysis	1
1	Metrische Räume	3
	Einblick	3
	Grundlegendes zu metrischen Räumen	3
	Offene und abgeschlossene Mengen	6
	Innere Punkte und Randpunkte	9
	Konvergenz	10
	Konvergenz und Abgeschlossenheit	11
	Abbildungen und Funktionen zwischen metrischen Räumen	12
	Ausblick	16
	Selbsttest	17
2	Stetige Abbildungen	19
	Einblick	19
	Grundlegendes zu stetigen Abbildungen	19
	Partielle Stetigkeit und Stetigkeit	21
	Rechenregeln für stetige Funktionen	22
	Stetige Funktionen und Extrema	23
	Ausblick	24
	Selbsttest	25
3	Differenzierbare Abbildungen	27
	Einblick	27
	Totale Differenzierbarkeit	27
	Partielle Ableitungen	28
	Partielle und totale Differenzierbarkeit	30
	Geometrische Interpretation der Ableitung	33
	Rechenregeln für das Differenzieren	34
	Ausblick	35
	Selbsttest	37
4	Gradient, Divergenz und Rotation	39
	Einblick	39
	Der Gradient	39

Die Divergenz	42
Die Rotation	45
Ausblick	47
Selbsttest	48
5 Höhere partielle Ableitungen und der Laplace-Operator	49
Einblick	49
Höhere Ableitungen	49
Der Laplace-Operator	52
Rechenregeln	53
Ausblick	55
Selbsttest	56
6 Potenziale	57
Einblick	57
Grundlegendes zu Potenzialen	57
Ausblick	63
Selbsttest	64
7 Lokale Extrema und Taylor-Polynom	65
Einblick	65
Notwendige Bedingung für lokale Extrema	65
Das Taylor-Polynom	66
Hinreichende Bedingung für lokale Extrema	69
Ausblick	71
Selbsttest	73
8 Lokale Extrema unter Nebenbedingungen	75
Einblick	75
Grundlegendes zu lokalen Extrema unter Nebenbedingungen	75
Lokale Extrema unter Nebenbedingungen	77
Ausblick	78
Selbsttest	79
9 Kurven und Integrale	81
Einblick	81
Parametrisierung von Kurven	81
Bogenlänge	82
Grundlegendes zu Kurvenintegralen	84
Wegunabhängige Kurvenintegrale	86
Ausblick	89
Selbsttest	90

10 Mehrfachintegration	91
Einblick	91
Mehrfachintegration in $\mathbb{R}^2$	91
Mehrfachintegration in $\mathbb{R}^3$	93
Ausblick	95
Selbsttest	96
11 Flächen und Integrale	97
Einblick	97
Grundlegendes zu Flächen und Integralen	97
Parametrisierung von Flächen in $\mathbb{R}^3$	100
Oberflächenintegrale	102
Flussintegrale	103
Ausblick	105
Selbsttest	106
12 Die Sätze von Gauß und Stokes	107
Einblick	107
Der Satz von Gauß	107
Der Satz von Stokes	109
Ausblick	119
Selbsttest	120
Aufgaben zur mehrdimensionalen Analysis	121
II Differenzialgleichungen	123
13 Grundlegendes zu Differenzialgleichungen	125
Einblick	125
Allgemeine Gedanken zu Differenzialgleichungen	126
Gewöhnliche lineare Differenzialgleichungen	130
Ausblick	133
Selbsttest	134
14 Lösungsraum hom. lin. Differenzialgleichungen mit konst. Koeffizienten	135
Einblick	135
Der Lösungsraum	135
Der Wronski-Test	141
Ausblick	142
Selbsttest	144

15 Anfangswertprobleme	145
Einblick	145
Homogene lineare Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	145
Matrixexponential	146
Inhomogene lineare Differenzialgleichungen	151
Ausblick	152
Selbsttest	154
16 Ansätze zum Finden partikulärer Lösungen	155
Einblick	155
Variation der Konstanten	155
Ansatz vom Typ der rechten Seite	157
Ausblick	160
Selbsttest	161
17 Lösungsansätze für weitere Typen	163
Einblick	163
Richtungsfelder	163
Separable Differenzialgleichungen	165
Der Potenzreihenansatz	167
Ausblick	169
Selbsttest	170
18 Nichtlineare Differenzialgleichungssysteme und Stabilität	171
Einblick	171
Anfangswertprobleme (nichtlinearer) Differenzialgleichungssysteme .	171
Räuber-Beute-Systeme	175
Stabilität	176
Ausblick	179
Selbsttest	180
19 Partielle Differenzialgleichungen: Separationsansatz	181
Einblick	181
Produktansatz nach Bernoulli (Separationsansatz)	181
Ausblick	182
Selbsttest	183
20 Wellen- und Laplace-Gleichung	185
Einblick	185
Die Wellengleichung	185
Die Laplace-Gleichung: Holomorphe und harmonische Funktionen . .	188
Verallgemeinerte Wellengleichung	192
Cauchy-Problem der 1-dimensionalen Wellengleichung	193

Ausblick	195
Selbsttest	196
21 Fourier-Reihen	197
Einblick	197
Periodische Funktionen und Fourier-Reihen	197
Komplexe Fourier-Reihen	199
Eine Anwendung der Fourier-Reihe	201
Ausblick	202
Selbsttest	204
22 Variationsrechnung	205
Einblick	205
Funktionale und deren Ableitung	205
Die Euler-Lagrange-Gleichungen	211
Ausblick	214
Selbsttest	216
Aufgaben zu Differenzialgleichungen	217
Lösungen der Selbsttests	219
Lösungen der Aufgaben	223
Literatur und Ausklang	239
Index	241