

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung in die euklidische Geometrie	1
1.1	Isometrien	1
1.2	Figuren und Permutationen	5
1.3	Struktur von Isometrien	8
1.4	Höherdimensionale Räume	11
2	Einführung in Gruppen	13
2.1	Gruppdefinition und die Diedergruppen	13
2.2	Gruppenordnung und abelsche Gruppen	18
2.3	Zyklische Gruppen	22
2.4	Eigenschaften von Gruppen	25
2.5	Die Ordnung eines Elements	28
3	Untergruppen und Homomorphismen	33
3.1	Untergruppen	33
3.2	Nebenklassen und der Satz von Lagrange	41
3.3	Homomorphismen	46
3.4	Normalteiler	52
3.5	Translationen	58
4	Gruppenoperationen	63
4.1	Die symmetrische Gruppe	63
4.2	Operationen von Gruppen auf Mengen	69
4.3	Konjugation	76
4.4	Die Bahnformel und die Klassengleichung	81
4.5	Cayley-Graphen	87
4.6	Eine Zerlegung der Ebene	95
5	Gruppenpräsentationen	101
5.1	Gruppenpräsentationen	101
5.2	Freie Gruppen	107
5.3	Tietze-Transformationen und Entscheidbarkeit	115

6	Produkte von Gruppen	121
6.1	Das direkte Produkt	121
6.2	Das freie Produkt	127
6.3	Das semidirekte Produkt	129
6.4	Diskontinuierliche Gruppen und Translationen	134
7	Endliche Gruppen	137
7.1	Ein Beispiel	137
7.2	Die Sylow-Sätze	139
7.3	Einige Gruppen kleiner Ordnung	144
7.4	Die orthogonale Gruppe	148
7.5	Reguläre Zerlegungen der 2-Sphäre	150
7.6	Bahnen zählen	157
8	Abelsche und auflösbare Gruppen	161
8.1	Kommutatoren	161
8.2	Abelsche Gruppen	164
8.3	Auflösbare Gruppen	167
9	Die hyperbolische Ebene	175
9.1	Axiomatische Geometrie	175
9.2	Isometrien in der hyperbolischen Ebene	179
9.3	Zerlegungen der hyperbolischen Ebene	184
10	Hyperbolische Gruppen	191
10.1	van Kampen-Diagramme	191
10.2	Quasiisometrien und der Satz von Švarc-Milnor	195
10.3	Isoperimetrische Ungleichungen	197
10.4	Hyperbolische Gruppen	202
10.5	Kämmungen	208
Anhang		211
A	Die Isometrien der Ebene	211
B	Matrizen	213
C	Zeichenerklärung	217
D	Wichtige Gruppen	219
E	Verwendete GAP Kommandos	220
F	Lösungshinweise zu den Übungsaufgaben	222
G	Erläuterungen zur Literatur	241
Literatur		243
Index		249