

Inhaltsverzeichnis

<i>Kapitel I. Das elementare Axiomensystem</i>	9
§1. Anschauliche Grundlage	9
1.1. Mengenlehre, Mathematik	9
1.2. Mengen, Elementbeziehung	11
1.3. Stufenaufbau	14
1.4. Charakterisierung der Mengenlehre, Wahl des Urbereiches ...	17
1.5. Sprache der Mengenlehre	19
1.6. Axiomatische Mengenlehre	24
§2. Die elementaren Axiome	26
2.1. Vorbemerkungen	26
2.2. Die Stufenaxiome	26
2.3. Das Extensionalitätsaxiom	30
2.4. Die Mengenbildungsaxiome	31
2.5. Das Unendlichkeitsaxiom	33
2.6. Das Auswahlaxiom	36
2.7. Einermengen, Zweiermengen, Dreiermengen	41
§3. Stufenaufbau	42
3.1. Allmengen, Allbereiche	42
3.2. Stufen	47
3.3. Schlußbemerkung	49
<i>Kapitel II. Mengenalgebra, Abbildungs- und Relationentheorie</i>	50
§4. Elementare Mengenoperationen	50
4.1. Allgemeine Mengenbezeichnungen	50
4.2. Vereinigung, Durchschnitt, Differenz	51
4.3. Vereinigung und Durchschnitt von Mengensystemen	54
§5. Korrespondenzen, Relationen, Abbildungen	56
5.1. Paare, Tupel, Mengenprodukt	56
5.2. Korrespondenzen	61
5.3. Relationen	68
5.4. Abbildungen, Funktionen	70
5.5. Operationen	77
5.6. Auswahlsätze, Produkt von Mengensystemen	80
5.7. Äquivalenzrelationen	82
§6. Verallgemeinerte Mengenoperationen	89
6.1. Familien	89

6.2. Allgemeine Mengenoperationen	93
6.3. Rechengesetze	96
<i>Kapitel III. Natürliche Zahlen, endliche und unendliche Mengen</i>	102
§7. Die natürlichen Zahlen	102
7.1. Definition und Axiome der natürlichen Zahlen	102
7.2. Arithmetische Operationen, Folgen, endliche Folgen	111
7.3. Das Zahlensystem	114
7.4. n -fache Begriffsbildungen	116
§8. Endliche und unendliche Mengen	127
8.1. Endliche Mengen	127
8.2. Endlichkeitskriterien	130
8.3. Abzählbare Mengen	134
8.4. Überabzählbare Mengen	140
<i>Kapitel IV. Ordnungstheorie</i>	149
§9. Allgemeine ordnungstheoretische Vorbetrachtungen	149
9.1. Wohlordnungen	149
9.2. Vollordnungen, Ordnungen	152
9.3. Ordnungsstrukturen, Isomorphie, Teilstrukturen	152
§10. Ordnungen und Vollordnungen	156
10.1. Definition und Beispiele	156
10.2. Geordnete, vollgeordnete Mengen, Isomorphie, Monotonie ...	161
10.3. Extremale Elemente, Extrema	165
10.4. Schranken, Grenzen	168
10.5. Koinitial, konfinal	171
10.6. Intervalle, Nachbarn	172
§11. Wohlordnungen	175
11.1. Definition und Beispiele	175
11.2. Wohlgeordnete Mengen, Isomorphie	179
11.3. Segmente, Abschnitte	182
11.4. Nachfolger, Suprema	183
11.5. Doppeltwohlordnungen	186
11.6. ZERMELOSches Lemma	190
11.7. Hauptsatz der Wohlordnungstheorie	193
11.8. Vereinigungen wohlgeordneter Mengen	197
11.9. Produkte wohlgeordneter Mengen	201
§12. Transfinite Induktion	207
12.1. Beweise durch transfinite Induktion	207

12.2. Definitionen durch transfinite Induktion	210
§ 13. Verwandte Sätze zum Auswahlaxiom	215
13.1. Wohlordnungssatz	215
13.2. ZORNsches Lemma	220
13.3. Maximalmengensatz, Maximalkettensatz	226
<i>Kapitel V. Kardinalzahl- und Ordinalzahltheorie</i>	228
§ 14. Kardinalzahlen und ihre Wohlordnung	228
14.1. Vorbemerkungen	228
14.2. Der Kardinalzahlbegriff	228
14.3. Anordnung	231
14.4. Nachfolger, Suprema	241
14.5. Endliche, unendliche Kardinalzahlen	243
§ 15. Arithmetik der Kardinalzahlen	245
15.1. Arithmetische Operationen	245
15.2. Elementare Rechengesetze	251
15.3. Satz von HESSENBERG	256
§ 16. Ordinalzahlen und ihre Wohlordnung	264
16.1. Der Ordinalzahlbegriff	264
16.2. Anordnung	267
16.3. Nachfolger, Suprema	275
16.4. Endliche, unendliche Ordinalzahlen	277
16.5. Transfinite Folgen	278
16.6. Konfinalität	281
§ 17. Zahlklassen	283
17.1. Zahlklassen	283
17.2. Alephs, Anfangszahlen	285
17.3. Konfinalität	291
§ 18. Arithmetik der Ordinalzahlen	295
18.1. Arithmetische Operationen	295
18.2. Elementare Rechengesetze	304
18.3. Differenz, Quotient mit Rest	312
<i>Kapitel VI. Das erweiterte Axiomensystem</i>	319
§ 19. Universen	319
19.1. Erweiterung des Objektbereiches	319
19.2. Das Universenaxiom	321
19.3. Eigenschaften der Universen	322
19.4. Mengen, Klassen, Unmengen	327

§ 20. Unerreichbare Zahlen	332
20.1. Universen und transfinite Zahlen	332
20.2. Unerreichbare Zahlen	334
20.3. Schlußbemerkungen	344
<i>Literaturverzeichnis</i>	346
<i>Sach- und Namenregister</i>	349