

Inhaltsverzeichnis

TEIL A: Einführung

Einige Vorbemerkungen.....	9
Kapitel 1	
Eine kurze historische Zusammenfassung zur Vorbereitung.....	19

TEIL B: Vorgeschichte und Anfänge

Kapitel 2

Der Weg zum Calculus: von Vieta und Descartes zu Newton und Leibniz.....	33
<i>Vieta</i>	34
<i>Descartes</i>	36
<i>Newton</i>	47
<i>Leibniz</i>	54
<i>Rückblick: Napier tabelliert eine Funktion</i>	62

TEIL C: Das frühe analytische Funktionskonzept

Kapitel 3

Der frühe analytische Funktionsbegriff, seine beiden ersten Jahrzehnte (1697-1717). Die Brüder Jakob und Johann Bernoulli.....	85
<i>Ein kurzer Abriss über die Verwendung von Potenzreihen</i>	85
<i>Von der variablen Größe zur Funktion</i>	89
<i>Der Bernoullische Bruderzwist und dessen Zankapfel:</i> <i>die isoperimetrischen Probleme</i>	92
<i>Ein mathematischer Wendepunkt kündigt sich an</i>	96
<i>Brook Taylors Einlassung (1715)</i>	101
<i>Die erste Definition einer analytischen Funktion und ihre Aufnahme</i>	105
<i>Der Entwicklungsgang des Funktionsbegriffes</i> <i>bei Leibniz und den Brüdern Bernoulli</i>	106
<i>Erste Rezeptionen des Funktionsbegriffs</i>	110
<i>Einige grundlegende Bemerkungen zum Funktionsbegriff</i>	115
<i>Exkurs über James Gregory</i>	118

TEIL D: Vom Paradies der Potenzreihen zu den trigonometrischen Reihen

Kapitel 4

Die Eulersche Epoche (I).

Das Paradies der Potenzreihen..... **125**

Ein Rückblick..... 125

Die Ausbreitung des Calculus..... 129

Maria Gaetana Agnesi 130

Leonhard Euler, die personifizierte Analysis 134

a) Die ersten Schritte..... 135

b) Introductio in analysin infinitorum (1745), Teil I 140

c) Introductio in analysin infinitorum, Teil II..... 154

d) Institutiones calculi differentialis (1755) 159

Kapitel 5

Die Eulersche Epoche (II).

Ein Umschwung im funktionalem Denken:

die schwingende Saite und willkürliche Funktionen **167**

Einleitung..... 167

Der musikalische Hintergrund 168

Die Kontroverse über die schwingende Saite..... 171

a) Eine kurze Chronologie..... 176

b) Rein mathematischer Standpunkt..... 178

c) Mathematisch-physikalischer Standpunkt..... 183

d) Der theoretische Physiker Daniel Bernoulli..... 191

e) Analysis versus Physik 195

f) Auseinandersetzungen..... 198

g) Lagrange betritt die Szene 200

h) Affäre oder nur gelehrte Auseinandersetzung?..... 201

Kapitel 6

Lagrange: noch einmal Potenzreihen und der Wandel der Analysis..... **205**

Anhang: Preis der Berliner Akademie für das Jahr 1786..... 223

TEIL E: Die beliebigen (willkürlichen) Funktionen

Kapitel 7

Ein Rückblick: Was ist eine Funktion?

Von der expressio analytica zur fonction arbitraire..... **227**

Rückblick..... 227

Die Preisfrage der St. Petersburger Akademie von 1790..... 234

Was ist eine Funktion?..... 240

Kapitel 8

Fourier und die Folgen.....	247
<i>Eine Bestandsaufnahme</i>	247
<i>Jean Baptiste Fourier</i>	251
<i>Philosophischer Epilog zur Wärme in Fouriers Sicht</i>	269
<i>S.-F. Lacroix, M.A. Nicolas Caritat, Marquis de Condorcet, und L.Carnot</i>	270

TEIL F: Grundlegung der Analysis

Kapitel 9

Grundlegung der Analysis.

Gauß, Bolzano, Abel, Cauchy.....	281
<i>Einführung</i>	281
<i>Paradigmenwechsel</i>	283
<i>Carl Friedrich Gauß</i>	288
<i>Bernard Bolzano</i>	293
<i>Niels Henrik Abel</i>	298
<i>Augustin-Louis Cauchy</i>	302
<i>Einschub: Beziehungen von Mathematikern des russische Kaiserreichs mit Frankreich (19. Jahrhundert)</i>	311

Kapitel 10

Dirichlet und Lobatschewski.....	315
<i>Gustav Lejeune Dirichlet</i>	315
<i>Das Umfeld</i>	336
<i>Nikolai Iwanowitsch Lobatschewski</i>	339
<i>Ein Rückblick</i>	342

Kapitel 11

Berhard Riemann, die geometrische Sicht	351
<i>Einführung</i>	351
<i>Riemanns Arbeiten zur reellen Analysis</i>	352
<i>Ein mathematisches Monster?</i>	369
<i>Exkurs: Das Dirichletsche Prinzip</i>	372

Kapitel 12

Karl Weierstraß, die analytische Sicht.....	381
<i>Einführung</i>	381
<i>Das analytische Gebilde</i>	389
<i>Weierstraß' Beispiel einer nichtdifferenzierbaren Funktion</i>	391
<i>Postscriptum</i>	398
<i>Der Approximationssatz von 1885</i>	401
<i>Das Dirichletsche Prinzip (funktionalanalytisch)</i>	404

Kapitel 13	
Ein flüchtiger Blick in einige Nachschlagewerke und Lehrbücher.....	415

TEIL G: Die Vielheit von Funktionen

Kapitel 14	
Die Einheit in der Vielheit.....	429
<i>Arithmetisierung</i>	429
<i>Ein allgemeiner Überblick um die Jahrhundertwende, neue Konzepte der funktionalen Abhängigkeit</i>	436
<i>Der Einfluss der Logik und Mengenlehre</i>	444
<i>Theoria cum praxi: der Kleinsche Funktionenstreifen</i>	453
<i>Die Klassifikation der Funktionen</i>	457

Kapitel 15	
Ein Ausblick	467
<i>Verschiedene Verallgemeinerungen</i>	467
<i>Beispiel 1: Satz von Carleson</i>	470
<i>Beispiel 2: Verallgemeinerte Ableitungen</i>	476
<i>Die Tragweite der Funktionenkonzepte</i>	479
<i>Epilog</i>	485

Anhang

Maß- und Integrationstheorie.	
Ein kurzer Überblick von Jordan bis Lebesgue (1892-1903).....	490
Allgemeine Literaturangaben.....	512
Danksagungen.....	514
Verzeichnisse.....	515
<i>Personenverzeichnis</i>	515
<i>Verzeichnis von wichtigen Konzepten (Funktionenkonzepte)</i>	522
<i>Verzeichnis der Rechtegeber</i>	525
Beschluss.....	527