

Jöran Bergh · Fredrik Ekstedt  
Martin Lindberg

# Wavelets mit Anwendungen in Signal- und Bildbearbeitung

Aus dem Englischen übersetzt von Manfred Stern

Mit 85 Abbildungen



Springer

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	1
1.1	Haar-Wavelet und Approximation	3
1.2	Beispiel einer Wavelet-Transformation	5
1.3	Fourier <i>vs</i> Wavelet	7
1.4	Fingerabdrücke und Bildkompression	12
1.5	Unterdrückung von Rauschen (Denoising)	13
1.6	Bemerkungen	14

---

## Teil I Theorie

---

<b>2</b>	<b>Signalverarbeitung</b>	17
2.1	Signale und Filter	17
2.2	Die $z$ -Transformation	20
2.3	Die Fourier-Transformation	22
2.4	Linearer Phasengang und Symmetrie	25
2.5	Vektorräume	27
2.6	Zweidimensionale Signalverarbeitung	29
2.7	Sampling	30
<b>3</b>	<b>Filterbänke</b>	33
3.1	Zeitdiskrete Basen	33
3.2	Die zeitdiskrete Haar-Basis	36
3.3	Die Subsampling-Operatoren	39
3.4	Perfekte Rekonstruktion	41
3.5	Konstruktion von Filterbänken	45
3.6	Bemerkungen	48
<b>4</b>	<b>Multi-Skalen-Analyse</b>	49
4.1	Projektionen und Basen in $L^2(\mathbb{R})$	49
4.2	Skalierungsfunktionen und Approximation	55

## X Inhaltsverzeichnis

4.3	Wavelets und Detail-Räume . . . . .	61
4.4	Orthogonale Systeme . . . . .	66
4.5	Die diskrete Wavelet-Transformation . . . . .	71
4.6	Biorthogonale Systeme . . . . .	74
4.7	Approximation und verschwindende Momente . . . . .	78
4.8	Bemerkungen . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Wavelets in höheren Dimensionen . . . . .</b>	<b>83</b>
5.1	Die separable Wavelet-Transformation . . . . .	83
5.2	Zweidimensionale Wavelets . . . . .	89
5.3	Nichtseparable Wavelets . . . . .	93
5.4	Bemerkungen . . . . .	98
<b>6</b>	<b>Das Lifting-Schema . . . . .</b>	<b>99</b>
6.1	Die Grundidee . . . . .	99
6.2	Faktorisierungen . . . . .	103
6.3	Lifting . . . . .	106
6.4	Implementierungen . . . . .	107
6.5	Bemerkungen . . . . .	109
<b>7</b>	<b>Die kontinuierliche Wavelet-Transformation . . . . .</b>	<b>111</b>
7.1	Einige grundlegende Fakten . . . . .	111
7.2	Globale Regularität . . . . .	113
7.3	Lokale Regularität . . . . .	115
7.4	Bemerkungen . . . . .	116

---

## Teil II Anwendungen

---

<b>8</b>	<b>Wavelet-Basen: Beispiele . . . . .</b>	<b>119</b>
8.1	Regularität und verschwindende Momente . . . . .	119
8.2	Orthogonale Basen . . . . .	120
8.3	Biorthogonale Basen . . . . .	129
8.4	Wavelets ohne kompakten Träger . . . . .	134
8.5	Bemerkungen . . . . .	139
<b>9</b>	<b>Adaptive Basen . . . . .</b>	<b>141</b>
9.1	Zeit-Frequenz-Zerlegungen . . . . .	141
9.2	Wavelet-Pakete . . . . .	144
9.3	Entropie und Best-Basis-Auswahl . . . . .	148
9.4	Lokale trigonometrische Basen . . . . .	152
9.5	Bemerkungen . . . . .	156

<b>10 Kompression und Unterdrückung von Rauschen</b> . . . . .	157
10.1 Bildkompression . . . . .	157
10.2 Denoising . . . . .	162
10.3 Bemerkungen . . . . .	168
<b>11 Schnelle numerische lineare Algebra</b> . . . . .	171
11.1 Modellprobleme . . . . .	171
11.2 Diskretisierung . . . . .	172
11.3 Die Nichtstandardform . . . . .	174
11.4 Die Standardform . . . . .	175
11.5 Kompression . . . . .	176
11.6 Multilevel-Iterationsmethoden . . . . .	178
11.7 Bemerkungen . . . . .	179
<b>12 Funktionalanalysis</b> . . . . .	181
12.1 Differenzierbarkeit und Wavelet-Darstellung . . . . .	181
12.2 Bemerkungen . . . . .	184
<b>13 Ein Analysewerkzeug</b> . . . . .	185
13.1 Zwei Beispiele . . . . .	185
13.2 Ein numerischer „Sometime Shortcut“ . . . . .	190
13.3 Bemerkungen . . . . .	190
<b>14 Feature-Extraktion</b> . . . . .	191
14.1 Der Klassifikator . . . . .	191
14.2 Lokale Diskriminantenbasen . . . . .	192
14.3 Diskriminantenmaße . . . . .	193
14.4 Der LDB-Algorithmus . . . . .	195
14.5 Bemerkungen . . . . .	195
<b>15 Implementierungsfragen</b> . . . . .	197
15.1 Signale endlicher Länge . . . . .	197
15.2 Prä- und Post-Filterung . . . . .	200
15.3 Bemerkungen . . . . .	202
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	203
<b>Sachverzeichnis</b> . . . . .	205