

Jost-Hinrich Eschenburg · Jürgen Jost

Differentialgeometrie und Minimalflächen

Zweite, vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage

Mit 105 Abbildungen



Inhaltsverzeichnis

1. Der begriffliche Rahmen	1
1.1 Geometrie	1
1.2 Anschauliche und Analytische Geometrie	1
1.3 Glattheit	6
1.4 Messungen	9
1.5 Übungsaufgaben	11
2. Kurven	13
2.1 Bogenlänge	13
2.2 Die Variation der Bogenlänge	18
2.3 Krümmung	19
2.4 Totalkrümmung geschlossener ebener Kurven	23
2.5 Totalkrümmung von Raumkurven	25
2.6 Torsion	27
2.7 Übungsaufgaben	29
3. Die erste Fundamentalform	35
3.1 Länge und Winkel	35
3.2 Skalarprodukte	37
3.3 Flächeninhalt	39
3.4 Zueinander isometrische Immersionen	41
3.5 Übungsaufgaben	42
4. Die zweite Fundamentalform	45
4.1 Die Lageänderung des Tangentialraums	45
4.2 Die Gaußabbildung einer Hyperfläche	46
4.3 Weingarten-Abbildung	48
4.4 Abstandsfunktion und Parallelhypérflächen	51
4.5 Die lokale Gestalt einer Hyperfläche	53
4.6 Der Normalanteil des Krümmungsvektors	54
4.7 Normalenschnitte	56
4.8 Übungsaufgaben	57

XIV Inhaltsverzeichnis

5. Geodäten und Kürzeste	61
5.1 Die Variation der Bogenlänge auf Immersionen	61
5.2 Die Differentialgleichung der Geodäten	62
5.3 Die geodätische Exponentialabbildung	64
5.4 Kürzeste Kurven	67
5.5 Übungsaufgaben	68
6. Die tangentiale Ableitung	71
6.1 Die Christoffelsymbole	71
6.2 Die Levi-Civita-Ableitung	72
6.3 Vektorfelder längs Kurven, Parallelität	74
6.4 Gradient und Hesseform	76
6.5 Übungsaufgaben	79
7. Nabelpunkte und konforme Abbildungen	81
7.1 Nabelpunkthyperflächen	81
7.2 Orthogonale Hyperflächensysteme	82
7.3 Konforme Abbildungen	84
7.4 Möbius-Transformationen	87
7.5 Die Stereographische Projektion	91
7.6 Übungsaufgaben	94
8. Minimalflächen	99
8.1 Variation des Flächeninhalts	99
8.2 Minimaler Flächeninhalt	102
8.3 Seifenhäute und mittlere Krümmung	106
8.4 Konforme Parameter und komplexe Zahlen	110
8.5 Die Weierstraß-Darstellung	115
8.6 Konstruktion konformer Parameter	120
8.7 Minimale Graphen und Satz von Bernstein	122
8.8 Übungsaufgaben	127
9. Das Plateau-Problem	133
9.1 Einführung	133
9.2 Flächeninhalt und Energie	135
9.3 Das Dirichletsche Prinzip	136
9.4 Bestimmung der Randparameter	140
9.5 Schwache Konformität	144
9.6 Ausschluss von Verzweigungspunkten	152
9.7 Harmonische Funktionen	157
9.8 Holomorphe Funktionen	164
9.9 Übungsaufgaben	168

10. Minimalflächen und Maximumprinzip	171
10.1 Das Maximumprinzip für minimale Hyperflächen	171
10.2 Hindernisse für Minimalflächen	175
10.3 Übungsaufgaben	179
11. Innere und äußere Geometrie	181
11.1 Von der inneren zur Riemannschen Geometrie	181
11.2 Die Levi-Civita-Ableitung	184
11.3 Der Riemannsche Krümmungstensor	187
11.4 Lokal euklidische Metriken	190
11.5 Gauß-Gleichung und Theorema Egregium	192
11.6 Übungsaufgaben	195
12. Krümmung und Gestalt	197
12.1 Geodätische Koordinaten	197
12.2 Die Jacobigleichung	199
12.3 Die hyperbolische Ebene	201
12.4 Geodätische Krümmung auf Flächen	208
12.5 Der Satz von Gauß-Bonnet	209
12.6 Zusammenhangsform und Krümmung	212
12.7 Der Satz von Gauß-Bonnet im Großen	214
12.8 Übungsaufgaben	219
A. Integration	225
A.1 Cartanableitung und Integration	225
A.2 Der Divergenzsatz	230
A.3 Integrationsbedingungen	232
A.4 Übungsaufgaben	235
B. Gewöhnliche Differentialgleichungen	237
B.1 Existenz und Eindeutigkeit	237
B.2 Lineare Differentialgleichungen	239
B.3 Stetige Abhängigkeit von Parametern und Anfangswerten ..	240
B.4 Differenzierbare Abhängigkeit von den Anfangswerten	242
B.5 Der Fluss eines Vektorfeldes	244
B.6 Übungsaufgaben	246
Literatur	249
Sachverzeichnis	251