

Jost-Hinrich Eschenburg · Jürgen Jost

# Differentialgeometrie und Minimalflächen

Zweite, vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage

Mit 105 Abbildungen

 Springer

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Der begriffliche Rahmen</b>	<b>1</b>
1.1 Geometrie	1
1.2 Anschauliche und Analytische Geometrie	1
1.3 Glattheit	6
1.4 Messungen	9
1.5 Übungsaufgaben	11
<b>2. Kurven</b>	<b>13</b>
2.1 Bogenlänge	13
2.2 Die Variation der Bogenlänge	18
2.3 Krümmung	19
2.4 Totalkrümmung geschlossener ebener Kurven	23
2.5 Totalkrümmung von Raumkurven	25
2.6 Torsion	27
2.7 Übungsaufgaben	29
<b>3. Die erste Fundamentalform</b>	<b>35</b>
3.1 Länge und Winkel	35
3.2 Skalarprodukte	37
3.3 Flächeninhalt	39
3.4 Zueinander isometrische Immersionen	41
3.5 Übungsaufgaben	42
<b>4. Die zweite Fundamentalform</b>	<b>45</b>
4.1 Die Lageänderung des Tangentialraums	45
4.2 Die Gaußabbildung einer Hyperfläche	46
4.3 Weingarten-Abbildung	48
4.4 Abstandsfunktion und Parallelschattenflächen	51
4.5 Die lokale Gestalt einer Hyperfläche	53
4.6 Der Normalanteil des Krümmungsvektors	54
4.7 Normalenschnitte	56
4.8 Übungsaufgaben	57

<b>5. Geodäten und Kürzeste</b> .....	61
5.1 Die Variation der Bogenlänge auf Immersionen .....	61
5.2 Die Differentialgleichung der Geodäten .....	62
5.3 Die geodätische Exponentialabbildung .....	64
5.4 Kürzeste Kurven .....	67
5.5 Übungsaufgaben .....	68
<b>6. Die tangentielle Ableitung</b> .....	71
6.1 Die Christoffelsymbole .....	71
6.2 Die Levi-Civita-Ableitung .....	72
6.3 Vektorfelder längs Kurven, Parallelität .....	74
6.4 Gradient und Hesseform .....	76
6.5 Übungsaufgaben .....	79
<b>7. Nabelpunkte und konforme Abbildungen</b> .....	81
7.1 Nabelpunkthyperflächen .....	81
7.2 Orthogonale Hyperflächensysteme .....	82
7.3 Konforme Abbildungen .....	84
7.4 Möbius-Transformationen .....	87
7.5 Die Stereographische Projektion .....	91
7.6 Übungsaufgaben .....	94
<b>8. Minimalflächen</b> .....	99
8.1 Variation des Flächeninhalts .....	99
8.2 Minimaler Flächeninhalt .....	102
8.3 Seifenhäute und mittlere Krümmung .....	106
8.4 Konforme Parameter und komplexe Zahlen .....	110
8.5 Die Weierstraß-Darstellung .....	115
8.6 Konstruktion konformer Parameter .....	120
8.7 Minimale Graphen und Satz von Bernstein .....	122
8.8 Übungsaufgaben .....	127
<b>9. Das Plateau-Problem</b> .....	133
9.1 Einführung .....	133
9.2 Flächeninhalt und Energie .....	135
9.3 Das Dirichletsche Prinzip .....	136
9.4 Bestimmung der Randparameter .....	140
9.5 Schwache Konformität .....	144
9.6 Ausschluss von Verzweigungspunkten .....	152
9.7 Harmonische Funktionen .....	157
9.8 Holomorphe Funktionen .....	164
9.9 Übungsaufgaben .....	168

<b>10. Minimalflächen und Maximumprinzip</b> .....	171
10.1 Das Maximumprinzip für minimale Hyperflächen .....	171
10.2 Hindernisse für Minimalflächen .....	175
10.3 Übungsaufgaben .....	179
<b>11. Innere und äußere Geometrie</b> .....	181
11.1 Von der inneren zur Riemannschen Geometrie .....	181
11.2 Die Levi-Civita-Ableitung .....	184
11.3 Der Riemannsche Krümmungstensor .....	187
11.4 Lokal euklidische Metriken .....	190
11.5 Gauß-Gleichung und Theorema Egregium .....	192
11.6 Übungsaufgaben .....	195
<b>12. Krümmung und Gestalt</b> .....	197
12.1 Geodätische Koordinaten .....	197
12.2 Die Jacobigleichung .....	199
12.3 Die hyperbolische Ebene .....	201
12.4 Geodätische Krümmung auf Flächen .....	208
12.5 Der Satz von Gauß-Bonnet .....	209
12.6 Zusammenhangsform und Krümmung .....	212
12.7 Der Satz von Gauß-Bonnet im Großen .....	214
12.8 Übungsaufgaben .....	219
<b>A. Integration</b> .....	225
A.1 Cartanableitung und Integration .....	225
A.2 Der Divergenzsatz .....	230
A.3 Integrationsbedingungen .....	232
A.4 Übungsaufgaben .....	235
<b>B. Gewöhnliche Differentialgleichungen</b> .....	237
B.1 Existenz und Eindeutigkeit .....	237
B.2 Lineare Differentialgleichungen .....	239
B.3 Stetige Abhängigkeit von Parametern und Anfangswerten ...	240
B.4 Differenzierbare Abhängigkeit von den Anfangswerten .....	242
B.5 Der Fluss eines Vektorfeldes .....	244
B.6 Übungsaufgaben .....	246
<b>Literatur</b> .....	249
<b>Sachverzeichnis</b> .....	251