

Rudolf Stark

Festigkeitslehre

Aufgaben und Lösungen

SpringerWienNewYork

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Mathematische Grundlagen	5
2.1 Koordinatensystem	5
B 2.1: Richtungskosinus eines Vektors	5
2.2 Koordinatentransformation	7
B 2.2: Transformation eines Vektors	7
3 Grundlagen der Elastizitätstheorie	11
3.1 Kinematische Beziehungen	11
B 3.1: Zugstab: GREEN'scher und linearisierter Verzerrungstensor	11
B 3.2: Würfel: GREEN'scher und linearisierter Verzerrungstensor	14
B 3.3: Blattfeder: GREEN'scher Verzerrungstensor	16
B 3.4: Scheibe mit linearem Verschiebungsfeld	20
B 3.5: Scheibe mit quadratischem Verschiebungsfeld	23
B 3.6: Transformation eines räumlichen Verzerrungszustandes	24
B 3.7: Räumlicher Verzerrungszustand – Hauptverzerrungen und Verzerrungshauptrichtungen	30
B 3.8: Volumenänderung eines Quaders	37
B 3.9: Ebener Verzerrungszustand – Dehnmessstreifen	40
3.2 Kinetische Beziehungen	44
B 3.10: Räumlicher Spannungszustand – CAUCHY'sche Formeln	44
B 3.11: Räumlicher Spannungszustand – Hauptnormalspannungen, Hauptschubspannungen und Spannungshauptrichtungen	47
B 3.12: Ebener Spannungszustand – Scheibe mit Leimfuge	54
3.3 Konstitutive Beziehungen	65
B 3.13: Volumenänderung eines isotropen Würfels (3D) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	65
B 3.14: Staumauer (EVZ) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	68
B 3.15: Isotrope Scheibe (ESZ) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	73
B 3.16: Orthotrope Scheibe (ESZ) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	76
B 3.17: Dickwandiger Zylinder (Rotationssymmetrie) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	80

4 Prinzipien der virtuellen Arbeiten	95
4.1 Reziprozitätssätze	95
B 4.1: Zweifeldträger mit trapezförmig verteilter Linienlast (MAXWELL)	95
5 Energieprinzipien	99
5.1 Stationäritätsprinzipien	99
B 5.1: Kragträger unter gleichförmiger Linienlast mit Stützung durch eine nichtlineare Feder (CASTIGLIANO)	99
6 Lineare Stabtheorie	105
6.1 Normalspannungen zufolge axialer Beanspruchung	105
B 6.1: Statisch bestimmt gelagerter Stab mit veränderlichem Querschnitt	105
B 6.2: Statisch unbestimmt gelagerter Stab mit unveränderlichem Querschnitt	107
B 6.3: Vorgespanntes Stabsystem mit unterschiedlichen Materialien	109
6.2 Normalspannungen zufolge Biegemoment und Normalkraft	112
B 6.4: Querschnittskennwerte für einen unsymmetrischen Querschnitt	112
B 6.5: Schiefe Biegung – Kragträger unter Einzellasten	122
B 6.6: Kern eines L-Querschnitts	130
B 6.7: Versagende Zugzone – Arbeitsfuge	137
B 6.8: Achsrechte Biegung und Normalkraft – Verbundbrückenträger	141
6.3 Querkraftschubspannungen in dünnwandigen offenen Querschnitten	145
B 6.9: I-Querschnitt	146
6.4 Torsionsschubspannungen in dünnwandigen geschlossenen Querschnitten	150
B 6.10: Einzelliger Hohlquerschnitt	150
B 6.11: Dreizelliger Hohlkasten	155
6.5 Querkraftschubspannungen in dünnwandigen geschlossenen Querschnitten	158
B 6.12: Dreieckiger Hohlquerschnitt	158
6.6 Schubmittelpunkt	164
B 6.13: Dünnwandiges offenes Polygonprofil	164
B 6.14: Dünnwandiger Kreisringsektor	169
6.7 Biegelinie	173
B 6.15: Einfeldträger mit unterschiedlichen Lagerungsbedingungen unter Temperaturänderung	173
B 6.16: Eingespannter Träger mit Kragarm unter linear veränderlicher Linienlast und Temperaturänderung	178
B 6.17: Einfeldträger unter der Wirkung einer Einzellast	184
B 6.18: Träger mit Kragarm unter Gleichlast bei Berücksichtigung des Querkrafteinflusses	187
B 6.19: Schubbeiwert eines dünnwandigen Hohlquerschnitts	193
7 Prinzipien der virtuellen Arbeiten in der linearen Stabtheorie	197
7.1 Prinzip der virtuellen Verschiebungen	197
B 7.1: Fachwerk unter Wirkung von Einzellast- und Temperaturbeanspruchung	197

7.2 Prinzip der virtuellen Kräfte	202
B 7.2: Zweifeldträger unter reiner Biegebeanspruchung	202
B 7.3: Träger unter Biege- und Normalkraftbeanspruchung	208
8 Stabilitätsprobleme	213
8.1 Biegeknicken bei linear elastischem Materialverhalten	213
B 8.1: Gelenkig gelagerter, elastisch eingespannter Stab unter axialer Druckbeanspruchung	213
8.2 Exzentrischer Druck	223
B 8.2: Beidseitig gelenkig gelagerter Stab mit säbelförmiger Anfangsdurchbiegung unter axialer Druckbeanspruchung	223
9 Anstrengungshypothesen	227
9.1 Fließhypothesen mit einem Werkstoffkennwert	227
B 9.1: Dickwandiger Zylinder unter Außendruck und axialer Zugbeanspruchung – TRESCA und VON MISES	227
B 9.2: Dünnwandiger Zylinder unter Innendruck und Torsionsbeanspruchung – TRESCA und VON MISES	230
9.2 Versagenshypothesen mit zwei Werkstoffkennwerten	235
B 9.3: Versagenshypothese nach MOHR-COULOMB	235
B 9.4: Versagenshypothese nach DRUCKER-PRAGER	241
9.3 Anpassen von DP an MC für bestimmte Spannungszustände	250
B 9.5: Anpassung zur Übereinstimmung der Traglast für bestimmte Spannungszustände	250
10 Nichtlinear elastisches und anelastisches Materialverhalten	255
10.1 Nichtlinear elastisches Materialverhalten	255
B 10.1: Grenzlast eines Tragwerks	255
10.2 Zeitabhängiges Materialverhalten bei einaxialem Spannungszustand	261
B 10.2: Betonstab unter zeitlich veränderlicher Normalkraft	261
11 Elasto-plastisches Materialverhalten bei Stäben	269
11.1 Reine Biegung	269
B 11.1: Doppelt symmetrischer Hohlquerschnitt	269
B 11.2: Einfach symmetrischer T-Querschnitt	273
11.2 Normalkraft und Biegung	280
B 11.3: Doppelt symmetrischer Hohlquerschnitt	280
12 Grundlagen der Plastizitätstheorie	283
12.1 Anpassen von DP an MC für ebene Verzerrungszustände	283
B 12.1: Anpassung zur Übereinstimmung der Traglast für ebene Verzerrungszustände	283
13 Traglast und Traglastsätze der Plastizitätstheorie	293
13.1 Traglastermittlung mittels linearer Stabtheorie	293

B 13.1: Eingespannter symmetrischer Rechteckrahmen unter der Wirkung von Einzellasten	293
13.2 Traglastermittlung mittels der Traglastsätze	302
B 13.2: Zweifeldträger mit feldweise konstanten Biegesteifigkeiten unter der Wirkung von Einzellasten	302
14 Näherungslösungen	307
14.1 Verfahren von RITZ	307
B 14.1: Kragträger mit Pendelstütze – Biegebeanspruchung und Axialbeanspruchung	307
Literatur	315
Sachverzeichnis	317