

Rudolf Stark

Festigkeitslehre

Aufgaben und Lösungen

4

SpringerWienNewYork

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Mathematische Grundlagen	5
2.1	Koordinatensystem	5
B 2.1:	Richtungskosinus eines Vektors	5
2.2	Koordinatentransformation	7
B 2.2:	Transformation eines Vektors	7
3	Grundlagen der Elastizitätstheorie	11
3.1	Kinematische Beziehungen	11
B 3.1:	Zugstab: GREEN'scher und linearisierter Verzerrungstensor . .	11
B 3.2:	Würfel: GREEN'scher und linearisierter Verzerrungstensor . . .	14
B 3.3:	Blattfeder: GREEN'scher Verzerrungstensor	16
B 3.4:	Scheibe mit linearem Verschiebungsfeld	20
B 3.5:	Scheibe mit quadratischem Verschiebungsfeld	23
B 3.6:	Transformation eines räumlichen Verzerrungszustandes	24
B 3.7:	Räumlicher Verzerrungszustand – Hauptverzerrungen und Verzerrungshauptrichtungen	30
B 3.8:	Volumenänderung eines Quaders	37
B 3.9:	Ebener Verzerrungszustand – Dehnmessstreifen	40
3.2	Kinetische Beziehungen	44
B 3.10:	Räumlicher Spannungszustand – CAUCHY'sche Formeln	44
B 3.11:	Räumlicher Spannungszustand – Hauptnormalspannungen, Hauptschubspannungen und Spannungshauptrichtungen	47
B 3.12:	Ebener Spannungszustand – Scheibe mit Leimfuge	54
3.3	Konstitutive Beziehungen	65
B 3.13:	Volumenänderung eines isotropen Würfels (3D) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	65
B 3.14:	Staumauer (EVZ) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz . .	68
B 3.15:	Isotrope Scheibe (ESZ) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	73
B 3.16:	Orthotrope Scheibe (ESZ) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	76
B 3.17:	Dickwandiger Zylinder (Rotationssymmetrie) – Verallgemeinertes HOOKE'sches Gesetz	80

4	Prinzipien der virtuellen Arbeiten	95
4.1	Reziprozitätssätze	95
	B 4.1: Zweifeldträger mit trapezförmig verteilter Linienlast (MAXWELL)	95
5	Energieprinzipien	99
5.1	Stationaritätsprinzipien	99
	B 5.1: Kragträger unter gleichförmiger Linienlast mit Stützung durch eine nichtlineare Feder (CASTIGLIANO)	99
6	Lineare Stabtheorie	105
6.1	Normalspannungen zufolge axialer Beanspruchung	105
	B 6.1: Statisch bestimmt gelagerter Stab mit veränderlichem Querschnitt	105
	B 6.2: Statisch unbestimmt gelagerter Stab mit unveränderlichem Querschnitt	107
	B 6.3: Vorgespanntes Stabsystem mit unterschiedlichen Materialien . .	109
6.2	Normalspannungen zufolge Biegemoment und Normalkraft	112
	B 6.4: Querschnittskennwerte für einen unsymmetrischen Querschnitt	112
	B 6.5: Schiefe Biegung – Kragträger unter Einzellasten	122
	B 6.6: Kern eines L-Querschnitts	130
	B 6.7: Versagende Zugzone – Arbeitsfuge	137
	B 6.8: Achsrechte Biegung und Normalkraft – Verbundbrückenträger .	141
6.3	Querkraftschubspannungen in dünnwandigen offenen Querschnitten . .	145
	B 6.9: I-Querschnitt	146
6.4	Torsionsschubspannungen in dünnwandigen geschlossenen Querschnitten	150
	B 6.10: Einzelliger Hohlquerschnitt	150
	B 6.11: Dreizelliger Hohlkasten	155
6.5	Querkraftschubspannungen in dünnwandigen geschlossenen Querschnitten	158
	B 6.12: Dreieckiger Hohlquerschnitt	158
6.6	Schubmittelpunkt	164
	B 6.13: Dünnwandiges offenes Polygonprofil	164
	B 6.14: Dünnwandiger Kreisringsektor	169
6.7	Biegelinie	173
	B 6.15: Einfeldträger mit unterschiedlichen Lagerungsbedingungen unter Temperaturänderung	173
	B 6.16: Eingespannter Träger mit Kragarm unter linear veränderlicher Linienlast und Temperaturänderung	178
	B 6.17: Einfeldträger unter der Wirkung einer Einzellast	184
	B 6.18: Träger mit Kragarm unter Gleichlast bei Berücksichtigung des Querkrafteinflusses	187
	B 6.19: Schubbeiwert eines dünnwandigen Hohlquerschnitts	193
7	Prinzipien der virtuellen Arbeiten in der linearen Stabtheorie	197
7.1	Prinzip der virtuellen Verschiebungen	197
	B 7.1: Fachwerk unter Wirkung von Einzellast- und Temperaturbeanspruchung	197

7.2	Prinzip der virtuellen Kräfte	202
B 7.2:	Zweifeldträger unter reiner Biegebeanspruchung	202
B 7.3:	Träger unter Biege- und Normalkraftbeanspruchung	208
8	Stabilitätsprobleme	213
8.1	Biegeknicken bei linear elastischem Materialverhalten	213
B 8.1:	Gelenkig gelagerter, elastisch eingespannter Stab unter axialer Druckbeanspruchung	213
8.2	Exzentrischer Druck	223
B 8.2:	Beidseitig gelenkig gelagerter Stab mit säbelförmiger Anfangsdurchbiegung unter axialer Druckbeanspruchung	223
9	Anstrengungshypothesen	227
9.1	Fließhypothesen mit einem Werkstoffkennwert	227
B 9.1:	Dickwandiger Zylinder unter Außendruck und axialer Zugbeanspruchung – TRESCA und VON MISES	227
B 9.2:	Dünnwandiger Zylinder unter Innendruck und Torsionsbeanspruchung – TRESCA und VON MISES	230
9.2	Versagenshypothesen mit zwei Werkstoffkennwerten	235
B 9.3:	Versagenshypothese nach MOHR-COULOMB	235
B 9.4:	Versagenshypothese nach DRUCKER-PRAGER	241
9.3	Anpassen von DP an MC für bestimmte Spannungszustände	250
B 9.5:	Anpassung zur Übereinstimmung der Traglast für bestimmte Spannungszustände	250
10	Nichtlinear elastisches und anelastisches Materialverhalten	255
10.1	Nichtlinear elastisches Materialverhalten	255
B 10.1:	Grenzlaster eines Tragwerks	255
10.2	Zeitabhängiges Materialverhalten bei einaxialem Spannungszustand	261
B 10.2:	Betonstab unter zeitlich veränderlicher Normalkraft	261
11	Elasto-plastisches Materialverhalten bei Stäben	269
11.1	Reine Biegung	269
B 11.1:	Doppelt symmetrischer Hohlquerschnitt	269
B 11.2:	Einfach symmetrischer T-Querschnitt	273
11.2	Normalkraft und Biegung	280
B 11.3:	Doppelt symmetrischer Hohlquerschnitt	280
12	Grundlagen der Plastizitätstheorie	283
12.1	Anpassen von DP an MC für ebene Verzerrungszustände	283
B 12.1:	Anpassung zur Übereinstimmung der Traglast für ebene Verzerrungszustände	283
13	Traglast und Traglastsätze der Plastizitätstheorie	293
13.1	Traglastermittlung mittels linearer Stabtheorie	293

B 13.1: Eingespannter symmetrischer Rechteckrahmen unter der Wirkung von Einzellasten	293
13.2 Traglastermittlung mittels der Traglastsätze	302
B 13.2: Zweifeldträger mit feldweise konstanten Biegesteifigkeiten unter der Wirkung von Einzellasten	302
14 Näherungslösungen	307
14.1 Verfahren von RITZ	307
B 14.1: Kragträger mit Pendelstütze – Biegebeanspruchung und Axialbeanspruchung	307
Literatur	315
Sachverzeichnis	317