

Jean Cousteix
Jacques Mauss

Analyse asymptotique et couche limite



Table des matières

1	Introduction	1
2	Introduction aux problèmes de perturbation singulière	9
2.1	Problèmes réguliers et singuliers	10
2.1.1	Oscillateur linéaire	10
2.1.2	Problème séculaire	13
2.1.3	Problème singulier	15
2.2	Méthodes d'approximations pour les problèmes de perturbation singulière	17
2.2.1	Méthode des développements asymptotiques raccordés	17
2.2.2	Méthode des approximations successives complémentaires	20
2.2.3	Méthode des échelles multiples	22
2.2.4	Méthode de Poincaré-Lighthill	23
2.2.5	Méthode du groupe de renormalisation	25
2.3	Conclusion	27
	Problèmes	27
3	Structure de couche limite	33
3.1	Modèle proposé	33
3.2	Recherche d'une approximation	34
3.3	Analyse des différents cas	37
3.4	Conclusion	42
	Problèmes	43
4	Développements asymptotiques	45
4.1	Fonction d'ordre. Ordre d'une fonction	45
4.1.1	Définition d'une fonction d'ordre	45
4.1.2	Comparaison de fonctions d'ordre	46
4.1.3	Ordre total	46
4.1.4	Ordre d'une fonction	47

4.2	Suite asymptotique	48
4.2.1	Définition d'une suite asymptotique	48
4.2.2	Classe d'équivalence	48
4.2.3	Fonction de jauge	49
4.3	Développement asymptotique	50
4.3.1	Approximation asymptotique	50
4.3.2	Fonctions régulières	51
4.3.3	Développements asymptotiques réguliers et généralisés .	52
4.3.4	Convergence et précision	53
4.3.5	Opérations sur les développements asymptotiques	56
4.4	Conclusion	57
	Problèmes	58
5	Méthode des approximations successives complémentaires .	61
5.1	Méthode des développements asymptotiques raccordés	61
5.1.1	Opérateur d'expansion	61
5.1.2	Développement extérieur – Développement intérieur .	62
5.1.3	Raccord asymptotique	64
5.2	Couche limite	67
5.2.1	Opérateur d'expansion à un ordre donné	67
5.2.2	Approximations significatives	68
5.3	Raccord intermédiaire	69
5.3.1	Théorème d'extension de Kaplun	69
5.3.2	Étude d'exemples	70
5.3.3	Règle du raccord intermédiaire	72
5.4	Le principe du raccord asymptotique	74
5.4.1	Le principe de Van Dyke	74
5.4.2	Principe modifié de Van Dyke	74
5.5	Quelques exemples et contre-exemples	75
5.5.1	Exemple 1	75
5.5.2	Exemple 2	76
5.5.3	Exemple 3	77
5.5.4	Exemple 4	78
5.6	Réflexions sur le raccord asymptotique	79
5.6.1	La couche limite corrective	80
5.6.2	Le PMVD d'après l'hypothèse de recouvrement	82
5.7	Méthode des approximations successives complémentaires .	84
5.7.1	Principe	84
5.7.2	Équivalence du PMVD et de la MASC régulière	87
5.8	Applications de la MASC	89
5.8.1	Exemple 1	89
5.8.2	Exemple 2	91
5.8.3	Exemple 3	92
5.9	Conclusion	93
	Problèmes	93

6	Équations différentielles ordinaires	101
6.1	Exemple 1	101
6.1.1	Application de la MDAR	102
6.1.2	Application de la MASC	104
6.2	Exemple 2	109
6.2.1	Application de la MDAR	109
6.2.2	Application de la MASC	111
6.2.3	Identification avec les résultats de la MDAR	113
6.2.4	Résultats numériques	114
6.3	Exemple 3	115
6.3.1	Application de la MDAR	115
6.3.2	Application de la MASC	118
6.3.3	Identification avec les résultats de la MDAR	119
6.4	Modèle de Stokes-Oseen	120
6.4.1	Application de la MASC	120
6.4.2	Résultats numériques	122
6.5	Problème épouvantable	123
6.5.1	Application de la MASC	123
6.5.2	Résultats numériques	127
6.6	Conclusion	128
	Problèmes	128
7	Écoulements à grand nombre de Reynolds	135
7.1	Théories de couche limite	137
7.1.1	Couche limite de Prandtl	137
7.1.2	Triple pont	141
7.2	Analyse d'une méthode intégrale	149
7.2.1	Méthode intégrale	149
7.2.2	Mode direct	153
7.2.3	Mode inverse	154
7.2.4	Mode simultané	155
7.3	Interaction visqueuse-non visqueuse	157
7.4	Conclusion	159
	Problèmes	160
8	Couche limite interactive	171
8.1	Application de la MASC	172
8.1.1	Approximation extérieure	172
8.1.2	Recherche d'une approximation uniformément valable	173
8.1.3	Jauge pour la pression	175
8.2	Couche limite interactive au premier ordre	175
8.2.1	Équations de couche limite généralisées	175
8.2.2	Conditions aux limites	176
8.2.3	Estimation des restes des équations	177

8.3	Couche limite interactive au second ordre	177
8.3.1	Équations de couche limite généralisées	177
8.3.2	Conditions aux limites	178
8.3.3	Estimation des restes des équations	179
8.4	Effet de déplacement	179
8.5	Modèle réduit de couche limite interactive pour un écoulement extérieur irrotationnel	180
8.6	Conclusion	182
	Problèmes	184
9	Applications des modèles de couche limite interactive	187
9.1	Calcul d'un écoulement avec décollement	188
9.1.1	Définition de l'écoulement	188
9.1.2	Méthode numérique	188
9.1.3	Résultats	190
9.2	Influence d'un écoulement extérieur rotationnel	192
9.2.1	Écoulement non visqueux	192
9.2.2	Méthode de résolution	194
9.2.3	Écoulements considérés	197
9.2.4	Résultats	197
9.3	Conclusion	208
	Problèmes	208
10	Formes régulières de la couche limite interactive	211
10.1	Modèle de couche limite au second ordre	212
10.1.1	Modèle de couche limite interactive au second ordre	212
10.1.2	Modèle de Van Dyke au second ordre	213
10.2	Modèle du triple pont	217
10.2.1	Écoulement sur une plaque plane avec une petite bosse	217
10.2.2	Développements réguliers	219
10.3	Résumé des approximations aux équations de Navier-Stokes	222
10.4	Conclusion	222
	Problèmes	223
11	Couche limite turbulente	233
11.1	Résultats de l'analyse asymptotique classique	233
11.1.1	Équations de Navier-Stokes moyennées	233
11.1.2	Échelles	234
11.1.3	Structure de l'écoulement	236
11.2	Application de la méthode des approximations successives complémentaires (MASC)	239
11.2.1	Première approximation	239
11.2.2	Contribution de la région externe de couche limite	240
11.2.3	Contribution de la région interne de la couche limite	242
11.3	Couche limite interactive	246
11.3.1	Modèle de premier ordre	246

11.3.2 Modèle de deuxième ordre	247
11.3.3 Modèle global	247
11.3.4 Modèle réduit pour un écoulement extérieur irrotationnel	248
11.4 Approximation du profil de vitesse dans la couche limite	251
11.4.1 Pose du problème	251
11.4.2 Modèle de turbulence	253
11.4.3 Région externe	253
11.4.4 Équation à résoudre	254
11.4.5 Exemples de résultats	255
11.5 Conclusion	257
Problèmes	257
12 Conclusion	265
Annexes	267
I Équations de Navier-Stokes	269
II Éléments d'aérodynamique linéarisée en bidimensionnel	271
II.1 Problème épais (cas non portant)	272
II.2 Problème squelettique (cas portant)	273
III Solutions du pont supérieur en théorie du triple pont	277
III.1 Écoulement bidimensionnel	277
III.2 Écoulement tridimensionnel	280
III.2.1 Perturbations nulles à l'infini	281
III.2.2 Perturbations de v et w non nulles à l'infini aval	283
IV Théorie du triple pont au second ordre	287
IV.1 Résultats principaux	287
IV.2 Modèle global pour le pont principal et le pont inférieur	293
V Étude du comportement d'un développement asymptotique	295
V.1 Pose du problème	295
V.2 Étude des fonctions de jauge	296
V.3 Étude du développement extérieur	298
Solutions des problèmes	301
Références	381
Index par auteurs	389
Index par sujets	390