

Gerhard Wunsch · Helmut Schreiber

Stochastische Systeme

4., neu bearbeitete Auflage

Mit 125 Abbildungen

Inhaltsverzeichnis

1	Mathematische Grundlagen	3
1.1	Ereignis und Wahrscheinlichkeit	3
1.1.1	Ereignisraum	3
1.1.1.1	Elementarereignis	3
1.1.1.2	Ereignisse	4
1.1.1.3	Ereignisraum	6
1.1.2	Wahrscheinlichkeit	9
1.1.2.1	Relative Häufigkeit	9
1.1.2.2	Wahrscheinlichkeit	10
1.1.2.3	Rechenregeln	11
1.1.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit	13
1.1.3.1	Bedingte relative Häufigkeit	13
1.1.3.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	13
1.1.3.3	Unabhängige Ereignisse	14
1.1.4	Aufgaben zum Abschnitt 1.1	15
1.2	Zufallsgrößen	17
1.2.1	Eindimensionale Zufallsgrößen	17
1.2.1.1	Messbare Abbildungen	17
1.2.1.2	Verteilungsfunktion	19
1.2.1.3	Verteilung	21
1.2.1.4	Dichtefunktion	24
1.2.2	Mehrdimensionale Zufallsgrößen	26
1.2.2.1	Verteilungsfunktion	26
1.2.2.2	Verteilung	29
1.2.2.3	Dichtefunktion	30
1.2.3	Bedingte Verteilungen	32
1.2.3.1	Randverteilungsfunktion	32
1.2.3.2	Bedingte Verteilungsfunktion	33
1.2.3.3	Unabhängige Zufallsgrößen	36
1.2.4	Momente	37
1.2.4.1	Erwartungswert	37
1.2.4.2	Varianz	39
1.2.4.3	Kovarianz	40
1.2.4.4	Charakteristische Funktion	43
1.2.5	Aufgaben zum Abschnitt 1.2	45

1.3	Zufällige Prozesse	48
1.3.1	Definition und Eigenschaften	48
1.3.1.1	Prozess und Realisierung	48
1.3.1.2	Verteilungsfunktion und Verteilung	53
1.3.1.3	Vektorprozesse	56
1.3.1.4	Momente	58
1.3.2	Spezielle Prozesse	61
1.3.2.1	Stationäre Prozesse	61
1.3.2.2	Markovsche Prozesse	66
1.3.2.3	Gaußsche Prozesse	68
1.3.3	Aufgaben zum Abschnitt 1.3	70
2	Statische Systeme	73
2.1	Abbildungen von Zufallsgrößen	73
2.1.1	Determinierte statische Systeme	73
2.1.1.1	Determinierte Zufallsgrößen-Abbildung	73
2.1.1.2	Verteilungs- und Dichtefunktion am Systemausgang	74
2.1.1.3	Erwartungswert am Systemausgang	79
2.1.2	Stochastische statische Systeme	80
2.1.2.1	Stochastische Zufallsgrößen-Abbildung	80
2.1.2.2	Systemmodell	82
2.1.2.3	Bedingter Erwartungswert	84
2.1.3	Aufgaben zum Abschnitt 2.1	86
2.2	Abbildungen zufälliger Prozesse	88
2.2.1	Prozessabbildungen statischer Systeme	88
2.2.1.1	Determinierte Prozessabbildung	88
2.2.1.2	Transformation der Dichtefunktion	90
2.2.1.3	Korrelationsfunktion am Systemausgang	95
2.2.2	Stochastische Prozessabbildung	95
2.2.3	Aufgaben zum Abschnitt 2.2	97
3	Dynamische Systeme mit kontinuierlicher Zeit	101
3.1	Analysis zufälliger Prozesse	101
3.1.1	Stetigkeit zufälliger Prozesse	101
3.1.1.1	Konvergenz im quadratischen Mittel	101
3.1.1.2	Stetigkeit im quadratischen Mittel	104
3.1.2	Ableitung und Integral	106
3.1.2.1	Differenziation im quadratischen Mittel	106
3.1.2.2	Integration im quadratischen Mittel	108
3.1.3	Aufgaben zum Abschnitt 3.1	110
3.2	Determinierte lineare Systeme	111
3.2.1	Prozessabbildungen determinierter linearer Systeme	111
3.2.1.1	Zustandsgleichungen	111
3.2.1.2	Stationäre Prozesse	117
3.2.1.3	Stationäre Gaußprozesse	123

3.2.2	Anwendungen stationärer Prozesse	126
3.2.2.1	Ergodizität	126
3.2.2.2	Messschaltungen	127
3.2.2.3	Rauschanalyse	129
3.2.2.4	Optimalfilter	136
3.2.3	Aufgaben zum Abschnitt 3.2	143
4	Dynamische Systeme mit diskreter Zeit	147
4.1	Zufällige Prozesse mit diskreter Zeit	147
4.1.1	Definition und Eigenschaften	147
4.1.1.1	Prozess und Klassifizierung	147
4.1.1.2	Momente zeitdiskreter Prozesse	149
4.1.2	Stationäre zeitdiskrete Prozesse	150
4.1.2.1	Korrelationsfolge	150
4.1.2.2	Leistungsdichtespektrum	151
4.1.3	Aufgaben zum Abschnitt 4.1	155
4.2	Determinierte lineare Systeme	155
4.2.1	Zeitvariables und zeitinvariantes System	155
4.2.1.1	Zeitvariables System	155
4.2.1.2	Zeitinvariantes System	160
4.2.2	Anwendungen stationärer zeitdiskreter Prozesse	164
4.2.2.1	Quantisierungsrauschen	164
4.2.2.2	Vorgeschriebene Korrelationsfolge	166
4.2.3	Aufgaben zum Abschnitt 4.2	167
4.3	Stochastische Automaten	169
4.3.1	Automatenbedingung und stochastischer Operator	169
4.3.1.1	Automatenklassen	169
4.3.1.2	Stochastischer Operator	171
4.3.2	Automatendarstellung	173
4.3.2.1	Überführungs- und Ergebnisfunktion	173
4.3.2.2	Verhaltensfunktion	175
4.3.2.3	Matrixdarstellung	178
4.3.3	Aufgaben zum Abschnitt 4.3	180
5	Lösungen zu den Übungsaufgaben	181
5.1	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.1	181
5.2	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.2	182
5.3	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.3	189
5.4	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 2.1	191
5.5	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 2.2	194
5.6	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 3.1	198
5.7	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 3.2	200
5.8	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.1	206
5.9	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.2	207
5.10	Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.3	210