

Michael Růžička

# Nichtlineare Funktionalanalysis

Eine Einführung



Springer

# Inhaltsverzeichnis

<b>Notation</b> .....	IX
<b>1 Fixpunktsätze</b> .....	1
1.1 Der Banachsche Fixpunktsatz .....	2
1.1.1 Gewöhnliche Differentialgleichungen .....	5
1.2 Die Fixpunktsätze von Brouwer und Schauder.....	9
1.2.1 Der Satz von Brouwer .....	11
1.2.2 Kompakte Operatoren .....	21
1.2.3 Der Satz von Schauder .....	26
1.2.4 Anwendung auf Differentialgleichungen.....	28
<b>2 Integration und Differentiation in Banachräumen</b> .....	33
2.1 Bochner-Integrale .....	33
2.1.1 $L^p$ -Räume mit Werten in Banachräumen .....	39
2.2 Differentiation von Funktionen mit Werten in Banachräumen	41
2.2.1 Satz über implizite Funktionen .....	48
<b>3 Die Theorie monotoner Operatoren</b> .....	55
3.1 Monotone Operatoren.....	59
3.1.1 Der Satz von Browder und Minty.....	63
3.1.2 Der Nemyckii-Operator .....	67
3.1.3 Quasilineare elliptische Gleichungen .....	69
3.2 Pseudomonotone Operatoren.....	74
3.2.1 Der Satz von Brezis .....	74
3.2.2 Quasilineare elliptische Gleichungen II .....	79
3.2.3 Die stationären Navier-Stokes-Gleichungen .....	82
3.3 Maximal monotone Operatoren .....	86
3.3.1 Subdifferentiale .....	89
3.3.2 Zeitableitungen .....	102
3.3.3 Der Satz von Browder .....	106
3.3.4 Variationsungleichungen.....	113
3.3.5 Evolutionsprobleme .....	117
3.3.6 Quasilineare parabolische Gleichungen .....	119

XII Inhaltsverzeichnis

<b>4</b>	<b>Der Abbildungsgrad</b> .....	129
4.1	Der Abbildungsgrad von Brouwer .....	129
4.1.1	Die Konstruktion des Abbildungsgrades von Brouwer .	130
4.1.2	Technische Hilfsmittel .....	132
4.1.3	Erweiterung auf nichtreguläre Punkte und stetige Funktionen .....	143
4.1.4	Eigenschaften des Abbildungsgrades von Brouwer ....	146
4.2	Der Abbildungsgrad von Leray–Schauder .....	150
4.2.1	Abbildungsgrad für endlich–dimensionale Vektorräume	151
4.2.2	Konstruktion des Abbildungsgrades von Leray–Schauder	153
4.2.3	Eigenschaften des Abbildungsgrades von Leray– Schauder .....	155
4.2.4	Quasilineare elliptische Gleichungen III .....	158
<b>A</b>	<b>Appendix</b> .....	165
A.1	Topologische Räume .....	165
A.2	Metrische Räume .....	168
A.3	Vektorräume .....	170
A.4	Banachräume .....	171
A.5	Hilberträume .....	172
A.6	Operatoren .....	173
A.7	Dualität in Banachräumen .....	173
A.8	Schwache Topologie und schwache Konvergenzen .....	175
A.9	Konvexität und Glattheitseigenschaften der Norm .....	180
A.10	Wichtige Sätze aus der linearen Funktionalanalysis .....	181
A.11	Lebesgue–Maß und Lebesgue–Integral .....	183
A.12	Funktionenräume .....	191
A.12.1	Räume stetiger Funktionen .....	191
A.12.2	Lebesgue–Räume $L^p(\Omega)$ .....	194
A.12.3	Sobolev–Räume $W^{k,p}(\Omega)$ .....	198
	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	203
	<b>Index</b> .....	205