

Michael Růžička

Nichtlineare Funktionalanalysis

Eine Einführung



Springer

Inhaltsverzeichnis

Notation	IX
1 Fixpunktsätze	1
1.1 Der Banachsche Fixpunktsatz	2
1.1.1 Gewöhnliche Differentialgleichungen	5
1.2 Die Fixpunktsätze von Brouwer und Schauder	9
1.2.1 Der Satz von Brouwer	11
1.2.2 Kompakte Operatoren	21
1.2.3 Der Satz von Schauder	26
1.2.4 Anwendung auf Differentialgleichungen	28
2 Integration und Differentiation in Banachräumen	33
2.1 Bochner–Integrale	33
2.1.1 L^p –Räume mit Werten in Banachräumen	39
2.2 Differentiation von Funktionen mit Werten in Banachräumen	41
2.2.1 Satz über implizite Funktionen	48
3 Die Theorie monotoner Operatoren	55
3.1 Monotone Operatoren	59
3.1.1 Der Satz von Browder und Minty	63
3.1.2 Der Nemyckii–Operator	67
3.1.3 Quasilineare elliptische Gleichungen	69
3.2 Pseudomonotone Operatoren	74
3.2.1 Der Satz von Brezis	74
3.2.2 Quasilineare elliptische Gleichungen II	79
3.2.3 Die stationären Navier–Stokes–Gleichungen	82
3.3 Maximal monotone Operatoren	86
3.3.1 Subdifferentiale	89
3.3.2 Zeitableitungen	102
3.3.3 Der Satz von Browder	106
3.3.4 Variationsungleichungen	113
3.3.5 Evolutionsprobleme	117
3.3.6 Quasilineare parabolische Gleichungen	119

XII Inhaltsverzeichnis

4 Der Abbildungsgrad	129
4.1 Der Abbildungsgrad von Brouwer	129
4.1.1 Die Konstruktion des Abbildungsgrades von Brouwer .	130
4.1.2 Technische Hilfsmittel	132
4.1.3 Erweiterung auf nichtreguläre Punkte und stetige Funktionen	143
4.1.4 Eigenschaften des Abbildungsgrades von Brouwer .	146
4.2 Der Abbildungsgrad von Leray–Schauder	150
4.2.1 Abbildungsgrad für endlich–dimensionale Vektorräume	151
4.2.2 Konstruktion des Abbildungsgrades von Leray–Schauder	153
4.2.3 Eigenschaften des Abbildungsgrades von Leray– Schauder	155
4.2.4 Quasilineare elliptische Gleichungen III.....	158
A Appendix	165
A.1 Topologische Räume	165
A.2 Metrische Räume	168
A.3 Vektorräume	170
A.4 Banachräume	171
A.5 Hilberträume	172
A.6 Operatoren	173
A.7 Dualität in Banachräumen	173
A.8 Schwache Topologie und schwache Konvergenzen	175
A.9 Konvexität und Glattheitseigenschaften der Norm	180
A.10 Wichtige Sätze aus der linearen Funktionalanalysis	181
A.11 Lebesgue–Maß und Lebesgue–Integral	183
A.12 Funktionenräume	191
A.12.1 Räume stetiger Funktionen	191
A.12.2 Lebesgue–Räume $L^p(\Omega)$	194
A.12.3 Sobolev–Räume $W^{k,p}(\Omega)$	198
Literaturverzeichnis	203
Index	205