

Stig Larsson • Vidar Thomee

Partielle Differentialgleichungen und numerische Methoden

Übersetzt von Micaela Krieger-Hauwede

4y Springer

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Hintergrund	1
1.2	Notation und mathematische Vorbemerkungen	5
1.3	Physikalische Herleitung der Wärmeleitungsgleichung	8
1.4	Problemstellungen	12
2	Ein Zweipunkt-Randwertproblem	15
2.1	Das Maximumprinzip	15
2.2	Greensche Funktion	18
2.3	Variationsformulierung	20
2.4	Problemstellungen	23
3	Elliptische Gleichungen	27
3.1	Vorbemerkungen	27
3.2	Ein Maximumprinzip	29
3.3	Das Dirichlet-Problem für eine Kreisscheibe. Das Poisson-Integral	30
3.4	Fundamentallösungen. Die Greensche Funktion	32
3.5	Variationsformulierung des Dirichlet-Problems	35
3.6	Ein Neumann-Problem	38
3.7	Regularität	40
3.8	Problemstellungen	41
4	Finite Differenzenverfahren für elliptische Gleichungen	45
4.1	Ein Zweipunkt-Randwertproblem	45
4.2	Die Poisson-Gleichung	48
4.3	Problemstellungen	52
5	Die Methode der finiten Elemente für elliptische Gleichungen	53
5.1	Ein Zweipunkt-Randwertproblem	54

X	Inhaltsverzeichnis	
	5.2 Ein Modellproblem in der Ebene	60
	5.3 Einige Aspekte der Approximationstheorie	63
	5.4 Fehlerabschätzungen	66
	5.5 Eine a posteriori Fehlerabschätzung	69
	5.6 Numerische Integration	71
	5.7 Eine Methode der gemischten finiten Elemente	75
	5.8 Problemstellungen	77
6	Das elliptische Eigenwertproblem	81
	6.1 Entwicklung nach Eigenfunktionen	81
	6.2 Numerische Lösung des Eigenwertproblems	92
	6.3 Problemstellungen	97
7	Anfangswertprobleme für gewöhnliche Differentialgleichungen	101
	7.1 Das Anfangswertproblem für lineare Systeme	101
	7.2 Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	107
	7.3 Problemstellungen	113
8	Parabolische Gleichungen	115
	8.1 Das reine Anfangswertproblem	115
	8.2 Lösung durch Entwicklung nach Eigenfunktionen	120
	8.3 Variationsformulierung. Energieabschätzungen	126
	8.4 Ein Maximumprinzip	129
	8.5 Problemstellungen	131
9	Finite Differenzenverfahren für parabolische Probleme	135
	9.1 Das reine Anfangswertproblem	135
	9.2 Das gemischte Anfangs-Randwertproblem	145
	9.3 Problemstellungen	153
10	Die Methode der finiten Elemente für ein parabolisches Problem	157
	10.1 Die semidiskrete Galerkin-Methode der finiten Elemente	157
	10.2 Einige vollständig diskrete Schemata	164
	10.3 Problemstellungen	168
11	Hyperbolische Gleichungen	171
	11.1 Charakteristische Richtungen und Flächen	171
	11.2 Die Wellengleichung	174
	11.3 Skalare Gleichungen erster Ordnung	178
	11.4 Symmetrische hyperbolische Systeme	183
	11.5 Problemstellungen	190

12	Finite Differenzenverfahren für hyperbolische Gleichungen.	195
12.1	Skalare Gleichungen erster Ordnung	195
12.2	Symmetrische hyperbolische Systeme.	202
12.3	Das Wendroff-Box-Schema	206
12.4	Problemstellungen	208
13	Die Methode der finiten Elemente für hyperbolische Gleichungen	211
13.1	Die Wellengleichung	211
13.2	Hyperbolische Gleichungen erster Ordnung	215
13.3	Problemstellungen	226
14	Weitere Klassen numerischer Methoden	229
14.1	Kollokationsverfahren	229
14.2	Spektralmethoden	230
14.3	Finite Volumenverfahren.	232
14.4	Randelementmethoden	233
14.5	Problemstellungen	235
A	Einige Hilfsmittel aus der Analysis	237
A.1	Abstrakte lineare Räume	237
A.2	Funktionsräume	244
A.3	Die Fourier-Transformation	252
A.4	Problemstellungen	253
B	Überblick über numerische lineare Algebra	257
B.1	Direkte Verfahren	257
B.2	Iterative Verfahren. Relaxation, Überrelaxation und Beschleunigung	258
B.3	Methode der alternierenden Richtung	260
B.4	PCG-Verfahren	261
B.5	Mehrgitterverfahren und Gebietszerlegung	262
	Literaturverzeichnis	265
	Index	269