

Inhaltsverzeichnis

Teil I Grundbegriffe der Mathematik und Algebraische Strukturen

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Mathematische Grundbegriffe | 3 |
| 1.1 | Logische Zeichen | 3 |
| 1.2 | Elemente der Mengenlehre | 4 |
| 1.3 | Relationen | 15 |
| 1.4 | Korrespondenzen, Abbildungen und Verknüpfungen | 21 |
| 1.5 | Mächtigkeiten, Kardinalzahlen | 27 |
| 1.6 | Boolesche Funktionen und Prädikate | 35 |
| 1.7 | Graphen | 51 |
| 2 | Klassische algebraische Strukturen | 59 |
| 2.1 | Halbgruppen | 60 |
| 2.2 | Gruppen | 66 |
| 2.3 | Ringe und Körper | 82 |
| 2.4 | Verbände und Boolesche Algebren | 93 |

Teil II Lineare Algebra und analytische Geometrie

| | | |
|----------|--|------------|
| 3 | Lineare Gleichungssysteme, Determinanten und Matrizen | 107 |
| 3.1 | Determinanten | 108 |
| 3.2 | Matrizen | 126 |
| 3.3 | Rang von Matrizen | 139 |
| 3.4 | Lösbarkeitskriterien und Lösungsverfahren für LGS | 143 |
| 4 | Vektorräume über einem Körper K | 157 |
| 4.1 | Die Definition eines Vektorraums über K , Beispiele | 157 |
| 4.2 | Untervektorräume | 161 |
| 4.3 | Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit | 164 |
| 4.4 | Basen | 166 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.5 | Lineare Unabhängigkeit und Basen über einem Untervektorraum | 174 |
| 4.6 | Dimensionssätze, Isomorphie | 178 |
| 4.7 | Koordinaten, Basistransformationen | 180 |
| 4.8 | Anwendungen für Vektoren aus \vec{V}_2 bzw. \vec{V}_3 | 183 |
| 5 | Affine Räume | 189 |
| 5.1 | Die Definition eines affinen Raumes, Beispiele | 189 |
| 5.2 | Koordinaten und Koordinatensysteme | 191 |
| 5.3 | Affine Unterräume | 192 |
| 5.4 | Schnitt und Verbindung affiner Räume | 196 |
| 5.5 | Parallele affine Unterräume | 197 |
| 6 | Vektorräume mit Skalarprodukt (unitäre und euklidische VR) | 199 |
| 6.1 | Das Skalarprodukt in \vec{V}_2 bzw. \vec{V}_3 | 199 |
| 6.2 | Das Skalarprodukt in Vektorräumen über den Körpern \mathbb{R} oder \mathbb{C} | 210 |
| 6.3 | Norm (Betrag) von Vektoren | 218 |
| 6.4 | Winkel zwischen Vektoren (in euklidischen Vektorräumen) | 221 |
| 6.5 | Orthogonalität | 221 |
| 6.6 | Das Vektorprodukt | 231 |
| 7 | Euklidische und unitäre affine Punkträume | 241 |
| 7.1 | Abstandsmessung | 241 |
| 7.2 | Winkel- und Volumenmessung in euklidischen Punkträumen .. | 244 |
| 7.3 | Koordinatentransformationen in kartesischen Koordinatensystemen | 245 |
| 8 | Eigenwerte, Eigenvektoren und Normalformen von Matrizen | 253 |
| 8.1 | Motivation, Grundbegriffe | 253 |
| 8.2 | Eigenwerte von Matrizen und Nullstellen von Polynomen | 259 |
| 8.3 | Verallgemeinerte Eigenräume | 270 |
| 8.4 | Überführung von symmetrischen Matrizen in Diagonalgestalt .. | 279 |
| 8.5 | Jordansche Normalformen | 282 |
| 9 | Hyperflächen 2. Ordnung | 297 |
| 9.1 | Grundbegriffe | 297 |
| 9.2 | Hauptachsentransformation (Beweis von Satz 9.1.1) | 300 |
| 9.3 | Klassifikation der Kurven 2. Ordnung | 316 |
| 9.4 | Klassifikation der Flächen 2. Ordnung | 323 |

| | |
|---|-----|
| 10 Lineare Abbildungen | 329 |
| 10.1 Allgemeines über lineare Abbildungen | 329 |
| 10.2 Adjungierte Abbildungen | 339 |
| 10.3 Normale Abbildungen | 341 |
| 10.4 Selbstadjungierte und antiselbstadjungierte Abbildungen | 344 |
| 10.5 Unitäre und orthogonale Abbildungen, Isometrien | 345 |
| 10.6 Normalformen linearer Abbildungen | 346 |
| 10.7 Gruppen aus linearen Abbildungen | 348 |
| 11 Affine Abbildungen | 351 |
| 11.1 Allgemeines über affine Abbildungen | 351 |
| 11.2 Gruppen gewisser affiner Abbildungen | 354 |
| 11.3 Einige Invarianten affiner Abbildungen | 355 |
| Teil III Numerische Algebra und Kombinatorik | |
| 12 Einführung in die Numerische Mathematik | 361 |
| 12.1 Fehlertypen | 362 |
| 12.2 Fehlerfortpflanzung bei differenzierbaren Funktionen | 363 |
| 12.3 Maschinenzahlen, Rundungsfehler | 366 |
| 12.4 Intervallarithmetik | 368 |
| 13 Gleichungsauflösung | 373 |
| 13.1 Problemstellung, geometrische Deutung | 373 |
| 13.2 Der Banachsche Fixpunktsatz | 375 |
| 13.3 Das Newton-Verfahren, die Regula falsi | 379 |
| 13.4 Polynomgleichungen | 384 |
| 13.4.1 Abschätzungen für Polynomnullstellen | 384 |
| 13.4.2 Das Horner-Schema und das zweizeilige Horner-Schema | 385 |
| 13.4.3 Verfahren zur Nullstellenberechnung von p_m | 388 |
| 14 Lineare Gleichungssysteme mit genau einer Lösung | 391 |
| 14.1 Der Gauß-Algorithmus (mit Pivotisierung) | 392 |
| 14.2 Vektor- und Matrixnormen | 394 |
| 14.3 Die Kondition von LGS | 397 |
| 14.4 Elementare Iterationsverfahren | 400 |
| 14.4.1 Das Jacobi-Verfahren | 400 |
| 14.4.2 Das Gauß-Seidel-Verfahren | 403 |
| 14.4.3 Konvergenzbedingungen | 405 |
| 14.5 Projektionsverfahren | 407 |
| 14.5.1 Grundidee der Projektionsverfahren | 407 |
| 14.5.2 Projektion auf Hyperebenen | 409 |
| 14.5.3 Gradientenverfahren | 410 |

| | |
|--|-----|
| 15 Interpolation | 415 |
| 15.1 Einführung | 415 |
| 15.2 Interpolation mit Polynomen | 416 |
| 16 Grundlagen der Kombinatorik | 421 |
| 16.1 Grundregeln des Abzählens | 422 |
| 16.2 Permutationen, Kombinationen und Variationen | 422 |
| 16.2.1 Permutationen (Anordnungen) von M | 422 |
| 16.2.2 Permutationen mit Wiederholung | 423 |
| 16.2.3 Variationen mit Wiederholung | 423 |
| 16.2.4 Variationen ohne Wiederholung | 424 |
| 16.2.5 Kombinationen ohne Wiederholung | 424 |
| 16.2.6 Kombinationen mit Wiederholung | 425 |
| 16.2.7 Einige Beispiele für Anwendungen obiger Formeln | 426 |
| 16.3 Das Prinzip der Inklusion-Exklusion | 428 |
| 16.4 Mächtigkeiten von einigen Abbildungsmengen | 431 |
| 16.5 Lineare Rekursionsgleichungen | 432 |
| Teil IV Übungsaufgaben | |
| 17 Übungsaufgaben zum Teil I | 443 |
| 17.1 Aufgaben zum Kapitel 1 | 443 |
| 17.2 Aufgaben zum Kapitel 2 | 454 |
| 18 Übungsaufgaben zum Teil II | 461 |
| 18.1 Aufgaben zum Kapitel 3 | 461 |
| 18.2 Aufgaben zum Kapitel 4 | 466 |
| 18.3 Aufgaben zum Kapitel 5 | 468 |
| 18.4 Aufgaben zum Kapitel 6 | 469 |
| 18.5 Aufgaben zum Kapitel 7 | 472 |
| 18.6 Aufgaben zum Kapitel 8 | 473 |
| 18.7 Aufgaben zum Kapitel 9 | 475 |
| 18.8 Aufgaben zum Kapitel 10 | 477 |
| 18.9 Aufgaben zum Kapitel 11 | 478 |
| 19 Übungsaufgaben zum Teil III | 481 |
| 19.1 Aufgaben zum Kapitel 12 | 481 |
| 19.2 Aufgaben zum Kapitel 13 | 482 |
| 19.3 Aufgaben zum Kapitel 14 | 483 |
| 19.4 Aufgaben zum Kapitel 15 | 485 |
| 19.5 Aufgaben zum Kapitel 16 | 487 |
| Literaturverzeichnis | 491 |

Glossar 497

Index 503