

Inhaltsverzeichnis

M	Mathematik – eine der ältesten Wissenschaften	9
1.1	Was ist Mathematik und was kann sie?	10
1.2	Denk- und Arbeitsweisen in der Mathematik	11
1.2.1	Mathematisches Modellieren.	11
1.2.2	Definieren von Begriffen.	13
1.2.3	Vermutungen und Hypothesen aufstellen, begründen und beweisen bzw. widerlegen.	14
1.2.4	Skizzieren, Zeichnen und Konstruieren mathematischer Objekte.	16
1.2.5	Lösungswege dokumentieren und die Fachsprache angemessen einsetzen.	18
1.2.6	Lösungsstrategien bei Sach- und Anwendungsaufgaben nutzen.	19
1.2.7	Erfassen, Darstellen und Interpretieren von Daten.	13
2	Grundbegriffe der Mathematik	23
2.1	Aussagen	24
2.1.1	Zeichen und Zeichenreihen in der Mathematik.	24
2.1.2	Wahrheitswerte von Aussagen.	28
2.1.3	Erfüllbarkeit von Aussageformen.	29
2.1.4	Logische Operationen.	30
2.1.5	Definitionen.	35
2.1.6	Sätze und Beweise.	36
2.2	Mengen	40
2.2.1	Mengenbegriff.	40
2.2.2	Darstellung von Mengen.	41
2.2.3	Mächtigkeit von Mengen.	42
2.2.4	Relationen zwischen zwei Mengen.	43
2.2.5	Mengenoperationen.	45
3	Zahlen und Rechnen	49
3.1	Natürliche Zahlen	50
3.1.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen.	50
3.1.2	Rechnen mit natürlichen Zahlen.	53
3.1.3	Vielfache und Teiler.	53
3.2	Ganze Zahlen	63
3.2.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen.	63
3.2.2	Rechnen mit ganzen Zahlen.	65
3.3	Gebrochene Zahlen	71
3.3.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen.	71
3.3.2	Rechnen mit gemeinen Brüchen.	75
3.3.3	Rechnen mit Zehnerbrüchen (Dezimalbrüchen).	79
3.4	Rationale Zahlen	82
3.4.1	Zahlbegriff; Zahldarstellungen.	82
3.4.2	Rechnen mit rationalen Zahlen.	84
3.5	Reelle Zahlen	87
3.5.1	Zahlbegriff.	87
3.5.2	Rechnen mit reellen Zahlen.	88

	3.6 Rechnen mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	89
	3.6.1 Potenzbegriff; Potenzgesetze; Rechnen mit Potenzen	89
	3.6.2 Wurzelbegriff; Wurzelgesetze; Rechnen mit Wurzeln	93
	3.6.3 Logarithmen; Logarithmengesetze	95
	3.7 Größen	96
	3.7.1 Größenbereiche	96
	3.7.2 Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten	97
	3.7.3 Masseinheiten	99
	3.7.4 Zeiteinheiten	99
	3.7.5 Währungseinheiten	100
	3.8 Rechnen mit Näherungswerten	101
Überblick 104	3.8.1 Grundbegriffe	101
	3.8.2 Rechnen mit Näherungswerten	102
	4 Prozent- und Zinsrechnung	105
	4.1 Prozentrechnung	106
	4.1.1 Grundbegriffe	106
	4.1.2 Bequeme Prozentsätze	106
	4.1.3 Berechnen von Prozentwerten, Prozentsätzen, Grundwerten	107
	4.1.4 Grafische Darstellungen von Prozentsätzen	110
	4.2 Promillerechnung	111
	4.3 Zinsrechnung	112
	4.3.1 Grundbegriffe	112
Überblick 118	4.3.2 Berechnen von Zinsen, Zinssatz, Kapital und Zeitspannen	112
	4.3.3 Zinseszins	116
	4.4 Rentenrechnung	119
Überblick 122	4.4.1 Ratenzahlungen	119
	4.4.2 Schuldentilgung	121
	5 Gleichungen und Ungleichungen	123
	5.1 Variable und Terme	124
	5.1.1 Rechnen mit Variablen; Termumformungen	125
	5.2 Grundlagen der Gleichungslehre	129
	5.2.1 Grundbegriffe	129
	5.2.2 Lösen einer Gleichung bzw. Ungleichung; Lösungsmenge	130
	5.2.3 Proben bei Gleichungen und Ungleichungen	132
	5.2.4 Inhaltliches Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen	133
	5.3 Äquivalentes Umformen von Gleichungen und Ungleichungen	135
	5.3.1 Begriff „Äquivalenz“	135
	5.3.2 Äquivalentes Umformen von Gleichungen	135
	5.3.3 Äquivalentes Umformen von Ungleichungen	137
	5.4 Lineare Gleichungen	138
	5.4.1 Lineare Gleichungen mit einer Variablen	138
	5.4.2 Lineare Gleichungen mit zwei Variablen	142
	5.5 Lineare Ungleichungen	143
	5.5.1 Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	143
	5.5.2 Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen	144
	5.6 Lineare Gleichungssysteme	145
Überblick 148	5.6.1 Begriffe	145
	5.6.2 Lösen linearer Gleichungssysteme	145

5.7	Quadratische Gleichungen	149	
5.7.1	Begriffe	149	
5.7.2	Lösungsverfahren für spezielle quadratische Gleichungen	149	
5.7.3	Lösungsformel für quadratische Gleichungen	150	
5.7.4	Diskussion der Lösungen einer quadratischen Gleichung	151	
5.7.5	Wurzelsatz von Vieta	152	
5.8	Bruchgleichungen und Bruchungleichungen	153	Überblick 155
5.9	Algebraische Gleichungen höheren Grades	156	
5.9.1	Begriff	156	
5.9.2	Kubische Gleichungen und Gleichungen höheren Grades	156	
5.9.3	Polynomdivision	158	
5.10	Wurzel-, Exponential- und Logarithmengleichungen	160	
5.10.1	Begriffe	160	
5.10.2	Lösen von Wurzelgleichungen	160	
5.10.3	Lösen von Exponentialgleichungen	162	
5.10.4	Lösen von Logarithmengleichungen	163	
5.11	Trigonometrische Gleichungen	164	
5.12	Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen mit einer Variablen	165	
5.12.1	Iterationsverfahren	165	
5.12.2	Nullstellenbestimmung durch Intervallschachtelung	166	
5.12.3	Sekantennäherungsverfahren (regula falsi)	167	Überblick 168
6	Funktionen	169	
6.1	Grundbegriffe und Eigenschaften von Funktionen	170	
6.1.1	Funktionsbegriff	170	
6.1.2	Darstellung von Funktionen	171	
6.1.3	Eigenschaften von Funktionen	172	
6.1.4	Schnittpunkte von Funktionsgraphen mit den Achsen	174	Überblick 176
6.2	Proportionalität		
6.2.1	Direkte Proportionalität	177	
6.2.2	Indirekte Proportionalität	178	
6.3	Lineare Funktionen	180	
6.3.1	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x$	180	
6.3.2	Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x + n$	182	Überblick 185
6.4	Quadratische Funktionen	186	
6.4.1	Graphen quadratischer Funktionen	186	
6.4.2	Nullstellen der Funktionen mit $y = x^2 + p \cdot x + q$	188	
6.4.3	Funktionen mit $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	189	Überblick 190
6.5	Potenzfunktionen	191	
6.5.1	Potenzfunktionen mit geraden Exponenten	191	
6.5.2	Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten	192	
6.6	Wurzelfunktionen	193	
6.6.1	Funktionen mit $y = \sqrt[n]{x}$	193	
6.6.2	Funktionen mit $y = \sqrt[n]{x}$	193	
6.7	Exponentialfunktionen	194	
6.7.1	Funktionen mit $y = a^x$	194	
6.7.2	Funktionen mit $y = e^x$	194	
6.8	Logarithmusfunktionen	195	
6.8.1	Funktionen mit $y = \log_a x$	195	
6.8.2	Funktionen mit $y = \lg x$ und $y = \ln x$	195	

	6.9 Winkelfunktionen (trigonometrische Funktionen)	196
	6.9.1 Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens am rechtwinkligen Dreieck	196
Überblick 202	6.9.2 Winkelfunktionen am Kreis	196
	6.9.3 Graphen und Eigenschaften der Winkelfunktionen	198
	7 Planimetrie	203
	7.1 Grundbegriffe	204
	7.1.1 Ebene, Linie, Punkt, Gerade, Strahl und Strecke	204
	7.1.2 Länge und Längenmessung	208
	7.1.3 Fläche und Flächeninhaltsmessung	209
Überblick 217	7.1.4 Winkel und Winkelmessung	210
	7.2 Konstruktionen	218
	7.2.1 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	218
	7.2.2 Konstruktionen mit Zeichendreieck, Lineal und Geodreieck	220
	7.2.3 Konstruktionen mit der Methode der Bestimmungslinien	221
	7.2.4 Softwaregestütztes Konstruieren	223
	7.3 Geometrische Abbildungen	224
	7.3.1 Ähnlichkeitsabbildungen	225
	7.3.2 Kongruenzabbildungen	226
	7.4 Bewegung, Kongruenz und Symmetrie	228
	7.4.1 Spezielle Bewegungen	228
	7.4.2 Nacheinanderausführung von Bewegungen	231
	7.4.3 Kongruenz	234
	7.4.4 Symmetrie	235
	7.5 Zentrische Streckung, Ähnlichkeit und Strahlensätze	237
	7.5.1 Zentrische Streckung	237
	7.5.2 Ähnlichkeit	239
Überblick 244	7.5.3 Strahlensätze	240
	7.6 Dreiecke	245
	7.6.1 Dreiecksarten	245
	7.6.2 Sätze über das Dreieck	246
	7.6.3 Besondere Linien und Punkte des Dreiecks	247
	7.6.4 Kongruenz von Dreiecken	249
	7.6.5 Ähnlichkeit von Dreiecken	251
	7.6.6 Konstruktion von Dreiecken	251
	7.6.7 Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken	254
	7.6.8 Satzgruppe des Pythagoras	256
	7.6.9 Anwendung der trigonometrischen Funktionen	260
	7.7 Vierecke	266
	7.7.1 Allgemeines Viereck	266
	7.7.2 Klassifizierung von Vierecken	267
Überblick 276	7.7.3 Spezielle Vierecke und deren Eigenschaften	271
	7.8 Vielecke (Polygone)	277
	7.8.1 Allgemeine Eigenschaften	277
	7.8.2 Regelmäßige n-Ecke	278
	7.9 Kreis	280
	7.9.1 Begriffe	280
	7.9.2 Winkel am Kreis	285
	7.9.3 Inkreis und Umkreis von Vielecken	287
Überblick 292	7.9.4 Berechnungen am Kreis	288

8	Stereometrie	293
8.1	Grundlagen der Körperdarstellung	294
8.1.1	Begriffe und Merkmale geometrischer Körper	294
8.1.2	Projektionsarten	296
8.1.3	Schräge Parallelprojektionen	297
8.1.4	Senkrechte Parallelprojektionen	298
8.1.5	Körpernetze	301
8.2	Grundlagen der Körperberechnung	302
8.3	Würfel und Quader	303
8.3.1	Begriffe und Formeln	303
8.3.2	Darstellung von Würfeln und Quadern	304
8.4	Prisma und Kreiszylinder	305
8.4.1	Begriffe und Formeln	305
8.4.2	Darstellung von Zylindern und Prismen	309
8.5	Pyramide und Kreiskegel	313
8.5.1	Begriffe und Formeln	313
8.5.2	Darstellung von Pyramiden und Kegeln	318
8.6	Pyramidenstumpf und Kegelstumpf	320
8.7	Kugel	323
8.8	Zusammengesetzte Körper	324
8.9	Regelmäßige Polyeder	326
9	Stochastik	329
9.1	Kombinatorisches Rechnen; Zählstrategien	330
9.1.1	Anordnungen	330
9.1.2	Zählstrategien	334
9.2	Elemente der beschreibenden Statistik	336
9.2.1	Statistische Erhebungen (Erfassen und Auswerten von Daten)	336
9.2.2	Statistische Kenngrößen (bei Häufigkeitsverteilungen)	341
9.3	Wahrscheinlichkeitsrechnung	347
9.3.1	Vorgänge mit zufälligem Ergebnis; zufällige Ereignisse	347
9.3.2	Elementarer Wahrscheinlichkeitsbegriff; Berechnen von Wahrscheinlichkeiten	349
9.3.3	Mehrstufige Zufallsversuche	350
9.3.4	Zufallsgrößen und ihre Verteilung	356
10	Rechenhilfsmittel	361
10.1	Geschichtlicher Abriss	362
10.2	Elektronische Hilfsmittel	365
10.2.1	Elektronische Taschenrechner	365
10.2.2	Grafikfähige Taschenrechner	368
10.2.3	Computeralgebrasysteme	370
10.2.4	Tabellenkalkulationsprogramme	372
10.2.5	Dynamische Geometriesoftware	375

Überblick 312

Überblick 328

Überblick 360

A	Anhang	379
	Übersicht zur Herkunft ausgewählter	
	mathematischer Begriffe	380
	Mathematische Zeichen und Symbole	383
	Griechisches Alphabet	384
	Römische Zahlzeichen	384
	Rundungsregeln	385
	Einheiten von Größen	385
	Nichtdezimale Einheiten (Auswahl)	386
	Maße im Haushalt	386
	Kettensatz	388
	Mischungsrechnen	388
	Register	389