

Uwe Schäfer

# Das lineare Komplementaritätsproblem

Eine Einführung



---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Die Problemstellung</b>	1
1.1	Zur Namensgebung	2
1.2	Wie man prinzipiell das LCP lösen kann	3
<b>2</b>	<b>Der Lemke-Algorithmus</b>	7
2.1	Motivation	7
2.2	Initialisierung des Lemke-Algorithmus	9
2.3	Allgemeiner Pivotschritt	11
2.4	Abbruchkriterien des Lemke-Algorithmus	13
2.5	Möglichkeit eines Zyklus	18
2.6	Der lexikographische Lemke-Algorithmus	23
2.7	Bemerkung zur Ray-Termination	31
<b>3</b>	<b>Klassen von Matrizen</b>	35
3.1	P-Matrizen	36
3.1.1	Komplementäre Kegel	42
3.1.2	Geometrische Interpretation eines Pivotschrittes im Lemke-Algorithmus	48
3.1.3	Das Beispiel von Murty	53
3.1.4	Positiv definite Matrizen	59
3.1.5	Streng diagonaldominante Matrizen	60
3.2	Positiv semidefinite Matrizen	62
3.3	Z-Matrizen	65
3.4	M-Matrizen	71
<b>4</b>	<b>Anwendungen</b>	75
4.1	Zwei-Personen-Spiele	75
4.1.1	Das Nash-Gleichgewicht	77
4.1.2	Das Nash-Gleichgewicht und das LCP	82
4.1.3	Der lexikographische Lemke-Howson-Algorithmus	86
4.2	Lineare Programme	97

4.2.1	Grundlagen . . . . .	97
4.2.2	Dualitätstheorie . . . . .	99
4.2.3	Lineare Programme und das LCP . . . . .	102
4.2.4	Quadratische Programme . . . . .	103
4.2.5	Quadratische Programme und das LCP . . . . .	106
4.3	Intervallrechnung . . . . .	110
4.3.1	Intervallmatrizen . . . . .	111
4.3.2	Lineare Intervallgleichungssysteme . . . . .	115
4.3.3	Lineare Intervallgleichungssysteme und das LCP . . . . .	119
4.4	Freie Randwertprobleme . . . . .	123
4.4.1	Gewöhnliche freie Randwertprobleme . . . . .	123
4.4.2	Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen . . . . .	126
4.4.3	Freie Randwertprobleme und das LCP . . . . .	133
4.4.4	Bewertung von Optionen . . . . .	136
4.4.5	Die Black-Scholes-Ungleichung . . . . .	140
4.4.6	Amerikanische Put-Optionen und das LCP . . . . .	142
5	<b>Iterative Lösungsverfahren . . . . .</b>	149
5.1	Das PSOR-Verfahren . . . . .	149
5.2	Der Modulus-Algorithmus . . . . .	162
5.3	Ein Vergleich . . . . .	168
6	<b>Innere-Punkte-Verfahren . . . . .</b>	173
6.1	Das Korrektor-Prädiktor-Verfahren von Potra . . . . .	174
6.2	Der Aufwand des Verfahrens . . . . .	176
6.3	Die Analyse des Korrektor-Prädiktor-Verfahrens . . . . .	177
6.3.1	Analyse des Korrektor-Schritts . . . . .	180
6.3.2	Analyse des Prädiktor-Schritts . . . . .	183
7	<b>Einschließungsmethoden von Lösungen . . . . .</b>	191
7.1	Fehlerschranken . . . . .	194
7.2	Verifikationsverfahren . . . . .	199
7.3	Praktische Umsetzung . . . . .	207
A	<b>Hilfsmittel . . . . .</b>	217
A.1	Matrixnormen . . . . .	217
A.2	Fixpunktsatz von Brouwer, Lemma von Farkas . . . . .	224
A.3	Stochastische Differentialgleichungen . . . . .	227
	<b>Lösungen der Aufgaben . . . . .</b>	229
	<b>Symbolverzeichnis . . . . .</b>	259
	<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	261
	<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	267