

Uwe Schäfer

Das lineare Komplementaritätsproblem

Eine Einführung

Inhaltsverzeichnis

1	Die Problemstellung	1
1.1	Zur Namensgebung	2
1.2	Wie man prinzipiell das LCP lösen kann	3
2	Der Lemke-Algorithmus	7
2.1	Motivation	7
2.2	Initialisierung des Lemke-Algorithmus	9
2.3	Allgemeiner Pivotschritt	11
2.4	Abbruchkriterien des Lemke-Algorithmus	13
2.5	Möglichkeit eines Zyklus	18
2.6	Der lexikographische Lemke-Algorithmus	23
2.7	Bemerkung zur Ray-Termination	31
3	Klassen von Matrizen	35
3.1	P-Matrizen	36
3.1.1	Komplementäre Kegel	42
3.1.2	Geometrische Interpretation eines Pivotschrittes im Lemke-Algorithmus	48
3.1.3	Das Beispiel von Murty	53
3.1.4	Positiv definite Matrizen	59
3.1.5	Streng diagonaldominante Matrizen	60
3.2	Positiv semidefinite Matrizen	62
3.3	Z-Matrizen	65
3.4	M-Matrizen	71
4	Anwendungen	75
4.1	Zwei-Personen-Spiele	75
4.1.1	Das Nash-Gleichgewicht	77
4.1.2	Das Nash-Gleichgewicht und das LCP	82
4.1.3	Der lexikographische Lemke-Howson-Algorithmus	86
4.2	Lineare Programme	97

4.2.1	Grundlagen	97
4.2.2	Dualitätstheorie	99
4.2.3	Lineare Programme und das LCP	102
4.2.4	Quadratische Programme	103
4.2.5	Quadratische Programme und das LCP	106
4.3	Intervallrechnung	110
4.3.1	Intervallmatrizen	111
4.3.2	Lineare Intervallgleichungssysteme	115
4.3.3	Lineare Intervallgleichungssysteme und das LCP	119
4.4	Freie Randwertprobleme	123
4.4.1	Gewöhnliche freie Randwertprobleme	123
4.4.2	Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen	126
4.4.3	Freie Randwertprobleme und das LCP	133
4.4.4	Bewertung von Optionen	136
4.4.5	Die Black-Scholes-Ungleichung	140
4.4.6	Amerikanische Put-Optionen und das LCP	142
5	Iterative Lösungsverfahren	149
5.1	Das PSOR-Verfahren	149
5.2	Der Modulus-Algorithmus	162
5.3	Ein Vergleich	168
6	Innere-Punkte-Verfahren	173
6.1	Das Korrektor-Prädiktor-Verfahren von Potra	174
6.2	Der Aufwand des Verfahrens	176
6.3	Die Analyse des Korrektor-Prädiktor-Verfahrens	177
6.3.1	Analyse des Korrektor-Schritts	180
6.3.2	Analyse des Prädiktor-Schritts	183
7	Einschließungsmethoden von Lösungen	191
7.1	Fehlerschranken	194
7.2	Verifikationsverfahren	199
7.3	Praktische Umsetzung	207
A	Hilfsmittel	217
A.1	Matrixnormen	217
A.2	Fixpunktsatz von Brouwer, Lemma von Farkas	224
A.3	Stochastische Differentialgleichungen	227
	Lösungen der Aufgaben	229
	Symbolverzeichnis	259
	Literaturverzeichnis	261
	Sachverzeichnis	267