

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Einleitung

1	Einleitung	3
1.1	Motivation der Untersuchung	3
1.2	Ziele und Fragestellungen	6
1.3	Gliederung der Arbeit	7

Teil II: Theoretischer Hintergrund

2	Allgemeine Begabung	13
2.1	Allgemeiner Begabungsbegriff	13
2.1.1	Klassifikation von Begabungsdefinitionen	14
2.1.2	Der Begabungsbegriff des iPEGE	19
2.2	Allgemeine Begabungsmodelle	21
2.2.1	Begabung als hohe allgemeine Intelligenz	21
2.2.2	Das Drei-Ringe-Modell	28
2.2.3	Das Triadische Interdependenz-Modell	36
2.2.4	Das Differenzierte Begabungs- und Talentmodell	40
2.2.5	Das Münchener Hochbegabungsmodell	53
2.2.6	Das Münchener dynamische Begabungs- und Leistungsmodell	62
2.3	Eigene Positionierung	83
2.3.1	Begabungsbegriff	84
2.3.2	Begabungsmodell	90
3	Mathematische Begabung	105
3.1	Mathematisches Tätigsein	106
3.2	Zur Spezifität mathematischer Begabung	110

3.3	Beschreibungen besonderer mathematischer Begabung	116
3.3.1	Untersuchungen zu mathematischer Begabung im Vorschul- und Schulalter	116
3.3.2	Synthese begabungsrelevanter mathematischer Fähigkeiten	134
3.4	Analyse potenziell begabungsrelevanter mathematischer Fähigkeiten	139
3.4.1	Erkennen von Mustern und Strukturen	141
3.4.2	Umkehren von Gedankengängen	160
3.4.3	Räumliches Vorstellungsvermögen	175
3.4.4	Mathematische Kreativität	192
3.4.5	Erinnern mathematischer Inhalte	219
3.5	Modelle mathematischer Begabung	243
3.5.1	Das Modell mathematischer Begabung von Käpnick und Fuchs	244
3.5.2	Das Modell der sich entwickelnden mathematischen Expertise von Fritzlar	250
3.6	Eigene Positionierung	256
3.6.1	Begabungsrelevanz der mathematischen Fähigkeiten	256
3.6.2	Begabungsbegriff und Begabungsmodell	267
4	Diagnostik mathematischer Begabung	271
4.1	Sinn und Notwendigkeit der Diagnostik mathematischer Begabung	272
4.2	Grundlagen der pädagogischen Diagnostik	274
4.2.1	Begriffsklärung	274
4.2.2	Der diagnostische Prozess	280
4.2.3	Zielsetzungen, Strategien und Verfahren pädagogischer Diagnostik	283
4.2.4	Merkmale diagnostischer Urteile	293
4.2.5	Gütekriterien	295
4.3	Verfahren zum Diagnostizieren mathematisch begabter Schüler	301
4.3.1	Ein Modell zur Strukturierung unterschiedlicher Verfahren	302
4.3.2	Mündliche und schriftliche Befragungsverfahren	305
4.3.3	Verhaltensbeobachtung	310
4.3.4	Testähnliche und Testverfahren	323
4.3.5	Dokumentenanalyse	338

4.4	Eigene Positionierung	342
4.4.1	Zwischenfazit	342
4.4.2	Vorgehen zur Diagnostik mathematischer Begabung ...	343
4.4.3	Einflussfaktoren auf das diagnostische Vorgehen	349
4.4.4	Mathematiklehrer als Diagnostiker	350
 Teil III: Forschungsdesign		
5	Forschungsinteresse und Forschungsfragen	355
5.1	Forschungsinteresse	355
5.2	Forschungsfragen	358
6	Forschungsmethodik	363
6.1	Untersuchungsdesign	363
6.2	Untersuchungsinstrument	365
6.2.1	Auswahl und Erprobung der Indikatoraufgaben	366
6.2.2	Beschreibung des Untersuchungsinstruments	368
6.3	Auswahl und Beschreibung der Probandengruppen	414
6.3.1	Wettbewerbsteilnehmer	414
6.3.2	Vergleichsschüler	416
6.4	Datenerhebung	418
6.5	Datenauswertung	420
6.5.1	Grundlegende Überlegungen	422
6.5.2	Auswertung auf Ebene der Einzelaufgaben	439
6.5.3	Auswertung auf Ebene der mathematischen Fähigkeiten	445
6.5.4	Auswertung auf diagnostischer Ebene	454
 Teil IV: Ergebnisse und Diskussion		
7	Ergebnisse auf Ebene der Einzelaufgaben	469
7.1	Erkennen von Mustern und Strukturen	469
7.1.1	Aufgabe 4 (Figurierte Zahlenfolge)	469
7.1.2	Aufgabe 9 (Verbal gegebene Zahlenfolge)	475
7.2	Umkehren von Gedankengängen	482
7.2.1	Aufgabe 6 (Nutzen bidirektionaler Verbindungen)	482
7.2.2	Aufgabe 8 (Umkehren mehrschrittiger Gedankengänge)	488
7.3	Räumliches Vorstellungsvermögen	492
7.3.1	Aufgabe 2 (Räumliche Beziehungen)	492

7.3.2 Aufgabe 10 (Veranschaulichung)	496
7.4 Mathematische Kreativität	500
7.4.1 Aufgabe 1 (Visuell-geometrische Angabe)	500
7.4.2 Aufgabe 3 (Verbal-algebraische Angabe)	511
7.5 Erinnern mathematischer Inhalte	520
7.5.1 Aufgabe 5 (Arbeitsgedächtnis)	520
7.5.2 Aufgabe 7 (Langzeitgedächtnis)	527
8 Ergebnisse auf Ebene der mathematischen Fähigkeiten	531
8.1 Konsistenz der Ergebnisse auf Ebene der Einzelaufgaben	532
8.1.1 Erkennen von Mustern und Strukturen	532
8.1.2 Umkehren von Gedankengängen	535
8.1.3 Räumliches Vorstellungsvermögen	539
8.1.4 Mathematische Kreativität	542
8.1.5 Kurzfristiges Erinnern mathematischer Inhalte	547
8.2 Zusammenhänge zwischen mathematischen Fähigkeiten	550
8.2.1 Mathematische Kreativität (geometrisch)	552
8.2.2 Mathematische Kreativität (algebraisch)	555
8.2.3 Kurzfristiges Erinnern mathematischer Inhalte	557
8.2.4 Langfristiges Erinnern mathematischer Inhalte	561
8.2.5 Struktur mathematischer Fähigkeiten	564
8.3 Hierarchische Clusteranalyse	567
8.3.1 Agglomeratives Verfahren	567
8.3.2 Divisives Verfahren	575
8.3.3 Synthese der agglomerativ und divisiv gewonnenen Erkenntnisse	581
9 Ergebnisse auf diagnostischer Ebene	593
9.1 Diagnostische Güte des Untersuchungsinstruments	594
9.1.1 Analyse der Einzelaufgaben	594
9.1.2 Analyse des Gesamtinstruments	602
9.2 Optimierung der diagnostischen Güte	604
9.3 Zusammenhänge zwischen Leistung und Note im Bayerischen Mathematik-Test	610
9.4 Beurteilung des Instruments bezüglich klassischer Gütekriterien	613
9.4.1 Beurteilerübereinstimmung	614
9.4.2 Reliabilität und Validität	618
9.4.3 Fairness	618
10 Methodenkritische Reflexion	623

Teil V: Fazit

11 Beantwortung der Forschungsfragen	631
12 Theoretische und praktische Implikationen	645
13 Ausblick und Forschungsdesiderate	649
Literaturverzeichnis	657