

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I: Einleitung

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	3
1.1	Motivation der Untersuchung	3
1.2	Ziele und Fragestellungen	6
1.3	Gliederung der Arbeit	7

## Teil II: Theoretischer Hintergrund

<b>2</b>	<b>Allgemeine Begabung</b>	13
2.1	Allgemeiner Begabungsbegriff	13
2.1.1	Klassifikation von Begabungsdefinitionen	14
2.1.2	Der Begabungsbegriff des iPEGE	19
2.2	Allgemeine Begabungsmodelle	21
2.2.1	Begabung als hohe allgemeine Intelligenz	21
2.2.2	Das Drei-Ringe-Modell	28
2.2.3	Das Triadische Interdependenz-Modell	36
2.2.4	Das Differenzierte Begabungs- und Talentmodell	40
2.2.5	Das Münchner Hochbegabungsmodell	53
2.2.6	Das Münchner dynamische Begabungs- und Leistungsmodell	62
2.3	Eigene Positionierung	83
2.3.1	Begabungsbegriff	84
2.3.2	Begabungsmodell	90
<b>3</b>	<b>Mathematische Begabung</b>	105
3.1	Mathematisches Tätigsein	106
3.2	Zur Spezifität mathematischer Begabung	110

3.3	Beschreibungen besonderer mathematischer Begabung .....	116
3.3.1	Untersuchungen zu mathematischer Begabung im Vorschul- und Schulalter .....	116
3.3.2	Synthese begabungsrelevanter mathematischer Fähigkeiten .....	134
3.4	Analyse potenziell begabungsrelevanter mathematischer Fähigkeiten .....	139
3.4.1	Erkennen von Mustern und Strukturen .....	141
3.4.2	Umkehren von Gedankengängen .....	160
3.4.3	Räumliches Vorstellungsvermögen .....	175
3.4.4	Mathematische Kreativität .....	192
3.4.5	Erinnern mathematischer Inhalte .....	219
3.5	Modelle mathematischer Begabung .....	243
3.5.1	Das Modell mathematischer Begabung von Käpnick und Fuchs .....	244
3.5.2	Das Modell der sich entwickelnden mathematischen Expertise von Fritzlar .....	250
3.6	Eigene Positionierung .....	256
3.6.1	Begabungsrelevanz der mathematischen Fähigkeiten .....	256
3.6.2	Begabungsbegriff und Begabungsmodell .....	267
4	<b>Diagnostik mathematischer Begabung .....</b>	<b>271</b>
4.1	Sinn und Notwendigkeit der Diagnostik mathematischer Begabung .....	272
4.2	Grundlagen der pädagogischen Diagnostik .....	274
4.2.1	Begriffsklärung .....	274
4.2.2	Der diagnostische Prozess .....	280
4.2.3	Zielsetzungen, Strategien und Verfahren pädagogischer Diagnostik .....	283
4.2.4	Merkmale diagnostischer Urteile .....	293
4.2.5	Gütekriterien .....	295
4.3	Verfahren zum Diagnostizieren mathematisch begabter Schüler .....	301
4.3.1	Ein Modell zur Strukturierung unterschiedlicher Verfahren .....	302
4.3.2	Mündliche und schriftliche Befragungsverfahren .....	305
4.3.3	Verhaltensbeobachtung .....	310
4.3.4	Testähnliche und Testverfahren .....	323
4.3.5	Dokumentenanalyse .....	338

4.4	Eigene Positionierung .....	342
4.4.1	Zwischenfazit .....	342
4.4.2	Vorgehen zur Diagnostik mathematischer Begabung ...	343
4.4.3	Einflussfaktoren auf das diagnostische Vorgehen .....	349
4.4.4	Mathematiklehrer als Diagnostiker .....	350

### Teil III: Forschungsdesign

<b>5</b>	<b>Forschungsinteresse und Forschungsfragen .....</b>	<b>355</b>
5.1	Forschungsinteresse .....	355
5.2	Forschungsfragen .....	358
<b>6</b>	<b>Forschungsmethodik .....</b>	<b>363</b>
6.1	Untersuchungsdesign .....	363
6.2	Untersuchungsinstrument .....	365
6.2.1	Auswahl und Erprobung der Indikatoraufgaben .....	366
6.2.2	Beschreibung des Untersuchungsinstruments .....	368
6.3	Auswahl und Beschreibung der Probandengruppen .....	414
6.3.1	Wettbewerbsteilnehmer .....	414
6.3.2	Vergleichsschüler .....	416
6.4	Datenerhebung .....	418
6.5	Datenauswertung .....	420
6.5.1	Grundlegende Überlegungen .....	422
6.5.2	Auswertung auf Ebene der Einzelaufgaben .....	439
6.5.3	Auswertung auf Ebene der mathematischen Fähigkeiten .....	445
6.5.4	Auswertung auf diagnostischer Ebene .....	454

### Teil IV: Ergebnisse und Diskussion

<b>7</b>	<b>Ergebnisse auf Ebene der Einzelaufgaben .....</b>	<b>469</b>
7.1	Erkennen von Mustern und Strukturen .....	469
7.1.1	Aufgabe 4 (Figurierte Zahlenfolge) .....	469
7.1.2	Aufgabe 9 (Verbal gegebene Zahlenfolge) .....	475
7.2	Umkehren von Gedankengängen .....	482
7.2.1	Aufgabe 6 (Nutzen bidirektionaler Verbindungen) .....	482
7.2.2	Aufgabe 8 (Umkehren mehrschrittiger Gedankengänge) .....	488
7.3	Räumliches Vorstellungsvermögen .....	492
7.3.1	Aufgabe 2 (Räumliche Beziehungen) .....	492

7.3.2	Aufgabe 10 (Veranschaulichung) .....	496
7.4	Mathematische Kreativität .....	500
7.4.1	Aufgabe 1 (Visuell-geometrische Angabe) .....	500
7.4.2	Aufgabe 3 (Verbal-algebraische Angabe) .....	511
7.5	Erinnern mathematischer Inhalte .....	520
7.5.1	Aufgabe 5 (Arbeitsgedächtnis) .....	520
7.5.2	Aufgabe 7 (Langzeitgedächtnis) .....	527
<b>8</b>	<b>Ergebnisse auf Ebene der mathematischen Fähigkeiten .....</b>	<b>531</b>
8.1	Konsistenz der Ergebnisse auf Ebene der Einzelaufgaben .....	532
8.1.1	Erkennen von Mustern und Strukturen .....	532
8.1.2	Umkehren von Gedankengängen .....	535
8.1.3	Räumliches Vorstellungsvermögen .....	539
8.1.4	Mathematische Kreativität .....	542
8.1.5	Kurzfristiges Erinnern mathematischer Inhalte .....	547
8.2	Zusammenhänge zwischen mathematischen Fähigkeiten .....	550
8.2.1	Mathematische Kreativität (geometrisch) .....	552
8.2.2	Mathematische Kreativität (algebraisch) .....	555
8.2.3	Kurzfristiges Erinnern mathematischer Inhalte .....	557
8.2.4	Langfristiges Erinnern mathematischer Inhalte .....	561
8.2.5	Struktur mathematischer Fähigkeiten .....	564
8.3	Hierarchische Clusteranalyse .....	567
8.3.1	Agglomeratives Verfahren .....	567
8.3.2	Divisives Verfahren .....	575
8.3.3	Synthese der agglomerativ und divisiv gewonnenen Erkenntnisse .....	581
<b>9</b>	<b>Ergebnisse auf diagnostischer Ebene .....</b>	<b>593</b>
9.1	Diagnostische Güte des Untersuchungsinstruments .....	594
9.1.1	Analyse der Einzelaufgaben .....	594
9.1.2	Analyse des Gesamtinstruments .....	602
9.2	Optimierung der diagnostischen Güte .....	604
9.3	Zusammenhänge zwischen Leistung und Note im Bayerischen Mathematik-Test .....	610
9.4	Beurteilung des Instruments bezüglich klassischer Gütekriterien .....	613
9.4.1	Beurteilerübereinstimmung .....	614
9.4.2	Reliabilität und Validität .....	618
9.4.3	Fairness .....	618
<b>10</b>	<b>Methodenkritische Reflexion .....</b>	<b>623</b>

**Teil V: Fazit**

<b>11</b>	<b>Beantwortung der Forschungsfragen .....</b>	<b>631</b>
<b>12</b>	<b>Theoretische und praktische Implikationen .....</b>	<b>645</b>
<b>13</b>	<b>Ausblick und Forschungsdesiderate .....</b>	<b>649</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>657</b>