

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur dritten Auflage	VII
1 Einführung in partielle Differentialgleichungen	1
1.1 Gewöhnliche Differentialgleichungen	1
1.2 Partielle Differentialgleichungen	2
1.3 Klassifizierungen von PDEs	4
1.3.1 Klassifizierung nach der Ordnung	4
1.3.2 Klassifizierung nach Typen	4
1.4 Quasilineare PDEs erster Ordnung in zwei Variablen	5
1.5 Verfeinerte Klassifikation linearer PDEs zweiter Ordnung	9
1.6 Das Superpositionsprinzip	11
Übungsaufgaben zum Kapitel 1	12
2 Fourier-Reihen	13
2.1 Orthogonalitätsrelationen trigonometrischer Funktionen	15
2.2 Fourier-Reihe 2π -periodischer Funktionen	16
2.3 Fourier-Reihen gerader und ungerader Funktionen	17
2.4 Fourier-Reihe von Funktionen allgemeiner Periode	19
2.5 Entwicklung in reine Sinus- oder Cosinus-Reihen	21
2.6 Komplexe Schreibweise der Fourier-Reihen	22
2.7 Distributionen	24
2.8 Diskrete Fourier-Transformation (DFT)	32

2.8.1	Die Trapezregel	32
2.8.2	Approximation der Fourier-Koeffizienten	35
2.8.3	Trigonometrische Interpolation	36
2.8.4	Schnelle Fourier-Transformation (FFT)	37
2.9	Ergänzung: Das Gibbs-Phänomen	39
	Übungsaufgaben zum Kapitel 2	39
3	Die Wärmeleitungsgleichung	47
3.1	Herleitung der Wärmeleitungsgleichung	47
3.2	Wärmeleitung im geschlossenen Draht	50
3.2.1	A priori Abschätzungen	53
3.3	Wärmeleitung in einer Wand	55
3.4	Wärmeleitung in einer Kugel	57
	Übungsaufgaben zum Kapitel 3	60
4	Das Fourier-Integral	63
4.1	Definition der Fourier-Transformation	63
4.2	Der Fouriersche Integralsatz	64
4.3	Fourier-Transformation und PDEs	66
4.3.1	Lösung der Wellengleichung	66
4.3.2	Rechenregeln für die Fourier-Transformation	68
4.4	Das Sampling-Theorem von Shannon	73
	Übungsaufgaben zum Kapitel 4	75
5	Die Laplace-Transformation	79
5.1	Definition und Rechenregeln	79
5.2	Anwendungen	91
5.2.1	Gewöhnliche Differentialgleichungen	91
5.2.2	Partielle Differentialgleichungen	94
5.3	Die Übertragungsfunktion	95
5.3.1	Rechnen mit Übertragungsfunktionen	98

5.3.2	Die Stossantwort	100
5.3.3	Stabilität	101
5.3.4	Die Faltung	102
5.3.5	Rechenregeln für die Faltung	104
5.4	Rücktransformation	105
5.5	Die Gamma-Funktion	107
	Übungsaufgaben zum Kapitel 5	107
6	Die Potentialgleichung	111
6.1	Randbedingungen	111
6.2	Lösbarkeit von Dirichlet- und Neumann-Problemen	112
6.3	Beispiele für Dirichlet-Probleme	113
6.3.1	Potentialproblem für zwei konzentrische Kreiszylinder . .	113
6.3.2	Der Kugelkondensator	115
6.3.3	Das Dirichlet-Problem auf der Kreisscheibe	116
6.4	Mittelwertsatz und Maximumprinzip	120
	Übungsaufgaben zum Kapitel 6	122
7	Einführung in die Variationsrechnung	125
7.1	Der Variationssatz	125
7.2	Die Euler-Lagrange-Gleichung	126
7.3	Dynamik: Das Prinzip der kleinsten Wirkung	129
	Übungsaufgaben zum Kapitel 7	132
8	Numerik der PDEs	135
8.1	Differenzenverfahren	135
8.1.1	Das Verfahren von Richardson	136
8.1.2	Das Gauss-Seidel-Relaxationsverfahren	138
8.2	Die Methode der finiten Elemente	141
8.2.1	Das Verfahren von Ritz	141
8.2.2	Das Verfahren von Galerkin	144

8.3	Taylor-Methoden	144
	Übungsaufgaben zum Kapitel 8	145
9	Die Poisson-Gleichung	147
9.1	Allgemeine Lösungsstrategie	147
9.2	Potential auf einer rechteckigen Platte	148
9.3	Die Greensche Funktion des Poisson-Problems	152
	Übungsaufgaben zum Kapitel 9	156
10	Die Wellengleichung	159
10.1	Die Methode von d'Alembert	159
10.2	Die Charakteristiken hyperbolischer PDEs	165
10.3	Beispiel einer hyperbolischen Gleichung	166
10.4	Das Richardson-Verfahren für die Wellengleichung	170
10.5	Die Charakteristikenmethode (Numerik)	172
	Übungsaufgaben zum Kapitel 10	174
11	Die Schwingungsgleichung	179
11.1	Die eingespannte Saite	180
11.2	Schwingungen einer rechteckigen Membran	183
11.3	Fundamentalsatz über Schwingungsprobleme	187
11.4	Diffusionsprobleme	189
	Übungsaufgaben zum Kapitel 11	192
	Lösungen der Übungsaufgaben	197
	Literaturverzeichnis	215
	Symbolverzeichnis	219
	Stichwortverzeichnis	221