

Inhaltsverzeichnis

Teil I Überblick Über Das Forschungsprojekt

1	Forschungsansatz und -vorgehen	3
1.1	Fachdidaktische Entwicklungsforschung	3
1.2	Forschungsvorgehen im Rahmen des Promotionsprojektes	8
2	Aufbau der Arbeit	11

Teil II Theoretische Grundlagen

3	Mathematische Begriffe	15
3.1	Merkmale mathematischer Begriffe	15
3.2	Mathematische Begriffe aus fachdidaktischer Sicht	20
3.2.1	Begriffliche Lernziele	20
3.2.2	Grundvorstellungen zu Begriffen	21
3.2.3	Maßnahmen zum Aufbau von Begriffen und zugehörigen Grundvorstellungen	24
3.3	Zusammenfassung und Konsequenzen für die vorliegende Arbeit	31
3.3.1	Zusammenfassung	31
3.3.2	Allgemeine Lernziele	32
3.3.3	Konsequenzen für das Design	35
4	Sprache im Kontext des Mathematiklernens	37
4.1	Funktionen und Rollen von Sprache beim Mathematiklernen	37
4.2	Studienlage zum Zusammenhang von Sprachkompetenz und Mathematiklernen	40

4.3	Anforderungen an Sprache in Schule und Mathematikunterricht	42
4.3.1	Anforderungen an Sprache in der Schule	42
4.3.2	Anforderungen an Sprache im Mathematikunterricht	46
4.4	Zusammenfassung und Konsequenzen für die vorliegende Arbeit	51
4.4.1	Zusammenfassung	51
4.4.2	Mathematikunterrichtsspezifische sprachliche Lernziele	53
4.4.3	Konsequenzen für das Design	54
5	Sprachsensibler Fachunterricht	55
5.1	Merkmale von sprachsensiblem Fachunterricht	55
5.2	Überblick über ausgewählte Ansätze zum sprachsensiblen Fachunterricht	56
5.3	Darstellung ausgewählter Design-Prinzipien für fach- und sprachintegriertes Mathematiklernen	60
5.3.1	Scaffolding	61
5.3.2	Prinzipien auf Planungsebene	63
5.3.3	Prinzipien auf Interaktionsebene	70
5.4	Zusammenfassung und Konsequenzen für die vorliegende Arbeit	72
5.4.1	Zusammenfassung	72
5.4.2	Mikro- und Makro-Scaffolding in dieser Arbeit	73
5.4.3	Design-Prinzipien für diese Arbeit	73

Teil III Spezifizierung und Strukturierung der Lerngegenstände

6	Bedarfsanalyse der fachlichen Anforderungen des Vektorbegriffs	81
6.1	Der Vektorbegriff aus dem Blickwinkel der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra	82
6.2	Der Vektorbegriff in der Fachmathematik	83
6.2.1	Strukturelle Grundlagen des Vektorbegriffs	84
6.2.2	Beispiele für Vektorräume	91
6.2.3	Fachliche Aspekte des Vektorbegriffes	102
6.3	Der Vektorbegriff in der Schule	103
6.3.1	Zugänge zum Vektorbegriff im Mathematikunterricht	104

6.3.2	Vektoren im Physikunterricht	108
6.3.3	Probleme mit dem Vektorbegriff	109
6.3.4	Einbettung in den Lehrplan	111
6.4	Konsequenzen für die vorliegende Arbeit	112
6.4.1	Grundvorstellungen zum Vektorbegriff in der Schule	113
6.4.2	Zugang zum Vektorbegriff in dieser Arbeit	116
6.4.3	Gegenstandsspezifische fachliche Lernziele für diese Arbeit	117
6.4.4	Gegenstandsspezifisches Design-Prinzip für diese Arbeit	121
7	Bedarfsanalyse der sprachlichen Anforderungen des Vektorbegriffs in der Schule	125
7.1	Erkenntnisse aus der Theorie	125
7.2	Schulbuchanalyse	126
7.3	Konsequenzen hinsichtlich gegenstandsspezifischer sprachlicher Lernziele	129
8	Lernstandsanalysen	131
8.1	Überblick über Methoden und Instrumente zu Erfassung der Lernstände	131
8.1.1	Beschreibung der ProbandInnen	133
8.1.2	Gestaltung von Prä- und Posttest	134
8.1.3	Vorgehen bei der Datenerhebung	139
8.1.4	Methoden der Datenanalyse	140
8.2	Ergebnisse der ersten Lernstandsanalyse	143
8.2.1	Aufgabenweise Betrachtungen	143
8.2.2	Zusammenfassende Betrachtungen	158
8.3	Konsequenzen für das Design	161
9	Überblick über Lernziele und Design-Prinzipien	163
9.1	Lernziele	163
9.2	Prinzipien	167
Teil IV Entwicklung des Designs		
10	Überblick über die Inhalte der Lehr-Lern-Sequenz	177

11 Umsetzung der Design-Prinzipien	183
11.1 Umsetzung der Prinzipien auf Ebene des Makro-Scaffoldings	183
11.1.1 Sukzessive Sequenzierung	184
11.1.2 Aufbau von Grundvorstellungen in ausgewählten Kontexten	188
11.1.3 Anregung zur Darstellungsvernetzung	192
11.1.4 Anregung der Kommunikation	194
11.1.5 Bereitstellung von Unterstützungsstrukturen	198
11.2 Umsetzung der Prinzipien auf Ebene des Mikro-Scaffoldings	200
Teil V Durchführung und Auswertung der Design-Experimente	
12 Methoden der Datenerhebung	203
13 Methoden der Datenauswertung	207
13.1 Datenmaterial	207
13.1.1 Begründung der Aufgabenauswahl	208
13.1.2 Beschreibung der Fokusaufgaben	208
13.2 Auswahl der FokusprobandInnen	227
13.3 Datenanalyse	227
13.4 Fachliche und sprachliche Kategorien	229
14 Ergebnisse der Einzelfallanalysen	233
14.1 Fallbeispiel Gökce	234
14.1.1 Lernstandsanalyse vor Beginn der Intervention	234
14.1.2 Analyse der Daten aus der Intervention	236
14.1.3 Lernstandsanalyse nach Abschluss der Intervention	265
14.1.4 Übersicht über Gökces Lernverlauf	268
14.2 Fallbeispiel Sofia	271
14.2.1 Lernstandsanalyse vor Beginn der Intervention	271
14.2.2 Analyse der Daten aus der Intervention	275
14.2.3 Lernstandsanalyse nach Abschluss der Intervention	309
14.2.4 Übersicht über Sofias Lernverlauf	313
14.3 Fallbeispiel Bisenija	318
14.3.1 Lernstandsanalyse vor Beginn der Intervention	318
14.3.2 Analyse der Daten aus der Intervention	321

14.3.3	Lernstandsanalyse nach Abschluss der Intervention	346
14.3.4	Übersicht über Bisenijas Lernverlauf	350
15	Ergebnisse der fallübergreifende Analysen	357
15.1	Fachliche Lernverläufe und Phänome	357
15.2	Sprachliche Lernverläufe und Phänomene	371
15.3	Situative Wirkung der Design-Prinzipien	381
15.4	Überblick über die Ergebnisse der fallübergreifenden Analysen	389
Teil VI Fazit		
16	Potenzial und Grenzen der entwickelten Lehr-Lern-Sequenz	399
16.1	Methodenreflexion	399
16.2	Reflexion der entwickelten Lehr-Lern-Sequenz	403
17	Zusammenfassung der Ergebnisse	407
18	Implikation für Unterrichtspraxis und Forschung	421
Literaturverzeichnis		423