

Inhaltsverzeichnis

1	Arithmetik und Trigonometrie	1
1.1	Zahlen und Rechnen	1
1.1.1	Natürliche und ganze Zahlen	1
1.1.2	Rationale Zahlen und Brüche	8
1.1.3	Reelle und irrationale Zahlen	11
1.1.4	Potenzen und Wurzeln	15
1.1.5	Der binomische Lehrsatz	19
1.1.6	Nützliche Abschätzungen	22
1.1.7	Rechnen mit Logarithmen	27
1.2	Trigonometrie	32
1.2.1	Das rechtwinklige Dreieck	32
1.2.2	Trigonometrische Funktionen	34
1.2.3	Wichtige Werte für Sinus und Kosinus	37
1.2.4	Trigonometrische Formeln	39
1.2.5	Das allgemeine Dreieck	43
1.3	Wie Computer rechnen	45
1.3.1	Zahlen im Binärsystem	45
1.3.2	Gleitkommaarithmetik	47
1.3.3	Berechnen von Logarithmen	51
1.3.4	Radizieren durch Subtrahieren	53
	Aufgaben zu Kapitel 1	57
2	Gleichungen und Matrizen	63
2.1	Gleichungen und Ungleichungen	63
2.2	Algebraische Gleichungen	66
2.2.1	Übersicht und Grundbegriffe	66
2.2.2	Die quadratische Gleichung	67
2.2.3	Die kubische Gleichung	69
2.2.4	Gleichungen höheren Grades	81
2.3	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	86
2.3.1	Das Gauß-Eliminationsverfahren	88
2.3.2	Matrizen und Matrixoperationen	94
2.3.3	Das Verfahren von Gauß-Jordan	103
2.3.4	Determinante und inverse Matrix	104
2.3.5	Eine Lösungsformel für LGS	115
2.3.6	Ein Blick zurück	116
2.4	Anhang: Ergänzungen zu LGS	117
2.4.1	Die Determinantenmethode	117
2.4.2	Gleichungssysteme in der Praxis	119
	Aufgaben zu Kapitel 2	124

3	Vektoren und Transformationen	131
3.1	Vektoren in der Ebene	133
3.1.1	Grundbegriffe	133
3.1.2	Das Skalarprodukt	137
3.1.3	Transformationen	140
3.2	Vektoren im Raum	154
3.2.1	Grundlagen	154
3.2.2	Das Vektorprodukt	155
3.2.3	Das Spatprodukt	158
3.3	Geraden und Ebenen	161
3.3.1	Geraden im Raum	161
3.3.2	Ebenen im Raum	164
3.3.3	Lagebestimmung	168
3.4	Lineare Abbildungen	175
3.4.1	Abbildungsmatrizen	175
3.4.2	Orthogonalmatrizen (Isometrien)	180
3.4.3	Eigenwerte und Eigenvektoren	183
3.4.4	Koordinatentransformationen	190
3.4.5	Symmetrische Matrizen	196
	Aufgaben zu Kapitel 3	199
4	Funktionen und Grenzwerte	207
4.1	Grundbegriffe	207
4.1.1	Funktionsdarstellungen	207
4.1.2	Globale Funktionseigenschaften	210
4.1.3	Umkehrfunktionen	213
4.2	Polynome und rationale Funktionen	216
4.2.1	Lineare und quadratische Funktionen	216
4.2.2	Grundlegendes über Polynome	218
4.2.3	Polynomauswertung (Horner-Schema)	220
4.2.4	Newton-Interpolation	223
4.2.5	Rationale Funktionen	226
4.3	Trigonometrische Funktionen	230
4.3.1	Darstellung am Einheitskreis	230
4.3.2	Umkehrung trigonometrischer Funktionen	234
4.3.3	Trigonometrische Gleichungen	237
4.4	Folgen und Grenzwerte	239
4.4.1	Konvergenz und Divergenz	239
4.4.2	Rechnen mit Grenzwerten	243
4.4.3	Die Eulersche Zahl	244
4.5	Exponentialfunktion und Logarithmus	247
4.5.1	Die natürliche Exponentialfunktion	247
4.5.2	Der natürliche Logarithmus	251
4.5.3	Exponentialgleichungen	255

4.6	Grenzwerte und Stetigkeit	256
4.6.1	Grenzwerte einer Funktion	257
4.6.2	Stetigkeit von Funktionen	261
4.6.3	Verhalten im Unendlichen	267
4.7	Hyperbel- und Areafunktionen	269
4.7.1	Hyperbolische Funktionen	269
4.7.2	Areafunktionen	271
	Aufgaben zu Kapitel 4	272
5	Komplexe Zahlen	279
5.1	Grundbegriffe und Grundrechenarten	279
5.1.1	Imaginäre Einheit und komplexe Zahlen	279
5.1.2	Die Gaußsche Zahlenebene	280
5.1.3	Rechnen mit komplexen Zahlen	282
5.2	Polardarstellung und Exponentialform	285
5.2.1	Komplexe Zahlen in Polarform	285
5.2.2	Die Formel von Moivre	289
5.2.3	Die Eulersche Formel	291
5.2.4	Die Exponentialdarstellung	292
5.2.5	Wurzeln aus komplexen Zahlen	294
5.3	Lösungen algebraischer Gleichungen	297
5.3.1	Quadratische Gleichungen	297
5.3.2	Die kubische Gleichung	298
5.3.3	Gleichungen höheren Grades	299
5.4	Komplexe Funktionen und Folgen	301
5.4.1	Komplexe Funktionen	301
5.4.2	Komplexe Folgen	304
5.5	Historischer Rückblick	306
5.6	Anwendungen in der Elektrotechnik	308
5.6.1	Komplexe Wechselstromrechnung	308
5.6.2	Überlagerung von Wechselspannungen	311
5.7	Ergänzungen und Vertiefungen	313
5.7.1	Der Fundamentalsatz der Algebra	313
5.7.2	Das Matrixmodell komplexer Zahlen	316
5.7.3	Die Mandelbrot-Menge	317
	Aufgaben zu Kapitel 5	319
6	Differentialrechnung	323
6.1	Vom Tangentenproblem zur Ableitung	323
6.1.1	Differenzen- und Differentialquotient	323
6.1.2	Ableitungen elementarer Funktionen	326
6.1.3	Geschichtlicher Hintergrund	329
6.2	Das Handwerkszeug: Ableitungsregeln	330
6.2.1	Faktor- und Summenregel	331
6.2.2	Die Kettenregel	331

6.2.3	Produkt- und Quotientenregel	334
6.2.4	Die Umkehrregel	336
6.2.5	Kombination mehrerer Ableitungsregeln	337
6.2.6	Ableiten mit dem Horner-Schema	339
6.3	Erste Anwendungen der Ableitung	342
6.3.1	Linearisierung einer Funktion	342
6.3.2	Das Newton-Verfahren	343
6.3.3	Extremstellen	349
6.3.4	Monotoniebereiche	352
6.3.5	Die Regel von L'Hospital	360
6.4	Zweite und höhere Ableitungen	363
6.4.1	Konvexität und Wendepunkte	365
6.4.2	Der Krümmungskreis	371
6.4.3	Die Schmiegeparabel	375
6.4.4	Kubische Spline-Interpolation	377
6.5	Kurven in Parameterdarstellung	380
6.5.1	Die Parameterdarstellung	380
6.5.2	Der Tangentenvektor	386
6.5.3	Parametrisches Differenzieren	390
6.5.4	Krümmung in Parameterform	392
6.5.5	Evolute und Evolvente	394
6.5.6	Raumkurven	397
6.5.7	Das begleitende Dreibein	400
	Aufgaben zu Kapitel 6	402
7	Integralrechnung	411
7.1	Vom Flächenproblem zum Integral	411
7.1.1	Das Flächenproblem	411
7.1.2	Bestimmte Integrale	416
7.1.3	Unbestimmte Integrale	420
7.2	Die Kunst des Integrierens	423
7.2.1	Grundintegrale	423
7.2.2	Partielle Integration	424
7.2.3	Substitution	428
7.2.4	Partialbruchzerlegung	435
7.2.5	Tipps zur Integration	442
7.2.6	Hyperbel- und Areafunktionen	446
7.2.7	Anhang: Kleine Integraltafel	452
7.3	Anwendungen der Integralrechnung	453
7.3.1	Flächenberechnung	453
7.3.2	Berechnung der Bogenlänge	454
7.3.3	Fläche und Bogen in Polarform	462
7.3.4	Volumen und Mantelfläche	467
7.3.5	Schwerpunktberechnung	471
7.3.6	Das Trägheitsmoment	476
7.3.7	Lineare und quadratische Mittelwerte	478

7.4	Uneigentliche Integrale	481
7.4.1	Unendliches Integrationsintervall	481
7.4.2	Unendlichkeitsstelle im Integranden	484
7.5	Numerische Integration	485
7.5.1	Newton-Cotes-Formeln	486
7.5.2	Gauß-Quadraturformeln	492
	Aufgaben zu Kapitel 7	497
Lösungsvorschläge		505
Literaturverzeichnis		641
Stichwortverzeichnis		645