

Inhaltsverzeichnis

1 Einteilung von Rechenwegen	1
1.1 Verwendung der Begriffe Rechenform, Rechenweg, Lösungsweg und Rechenstrategie	2
1.2 Ziffernrechnen und Zahlenrechnen	5
1.3 Kopfrechnen	7
1.4 Halbschriftliches Rechnen	9
1.4.1 Schriftliches Rechnen	11
1.4.2 Halbschriftliches Rechnen in der englischsprachigen Literatur	13
1.4.3 Definition des Begriffs Zahlenrechnen für die vorliegende Arbeit	16
1.4.4 Bedeutung des Zahlenrechnens aus Sicht der Fachdidaktik	17
2 Flexible und aufgabenadäquate Rechenwege	23
2.1 Flexibel und/oder adäquat?	23
2.2 Faktoren für eine adäquate Wahl eines Rechenweges	24
2.3 Erkennen adäquater Rechenwege im Lösungsprozess: Strategiewahlmodell oder Emergenzmodell?	26
2.4 Flexibles Rechnen nach Rathgeb-Schnierer	29
2.5 Verwendung der Begriffe <i>flexibel</i> , <i>adäquat</i> und <i>aufgabenadäquat</i> in der vorliegenden Untersuchung	31
3 Multiplikation mehrstelliger Zahlen – fachlicher und empirischer Rahmen	37
3.1 Begründung von Rechenwegen für mehrstellige Multiplikationen	38

3.2	Einteilungen von Rechenwegen für mehrstellige Multiplikationen	43
3.2.1	Kategorisierung von Rechenwegen für die Multiplikation in Schrittweise, Stellenweise und Ableiten	43
3.2.2	Anmerkungen zur Einteilung in Schrittweise, Stellenweise und Ableiten	47
3.2.3	<i>Invented Strategies</i> der Multiplikation nach Van de Walle et al. (2019)	49
3.3	Forschungsergebnisse zu Entwicklung und Verwendung von Rechenwegen für mehrstellige Multiplikationen	51
3.3.1	Ambrose et al. (2003) – Entwicklung von Rechenwegen für mehrstellige Multiplikationen	52
3.3.2	Baek (1998, 2006) – Entwicklung von Rechenwegen für mehrstellige Multiplikationen	58
3.3.3	Mendes (2012) und Mendes et al. (2012) – Ein teaching experiment zur Erarbeitung multiplikativer Rechenwege	62
3.3.4	Hirsch (2001, 2002) – Verwendung halbschriftlicher Strategien im vierten Schuljahr	68
3.3.5	Heirdsfield, Cooper, Mulligan und Irons (1999) – Verwendung von Rechenwegen über die Schulstufen vier, fünf und sechs	71
3.3.6	Hofemann und Rautenberg (2010) – Vorgehensweisen und Fehlermuster bei der halbschriftlichen Multiplikation	72
3.3.7	Gloor und Peter (1999) – Informelle Strategien vor der Thematisierung	74
3.3.8	Schulz (2015, 2018) – Kompetenzaspekte flexiblen Multiplizierens	75
3.4	Vergleich der Einteilungen von Rechenwegen für mehrstellige Multiplikationen	77
3.5	Zusammenfassung des Forschungsstandes	80
4	Multiplikation mehrstelliger Zahlen – unterrichtliche Umsetzung	85
4.1	Rechenwege für mehrstellige Multiplikationen im österreichischen Lehrplan der Volksschule (dritte Schulstufe)	85

4.2	Rechenwege für mehrstellige Multiplikationen unterrichten	87
4.2.1	Informelle Rechenwege aufgreifen	88
4.2.2	Rechenkonferenzen einrichten	90
4.2.3	Punktefelder als Arbeitsmittel nutzen	91
4.2.4	Notationsformen entwickeln und nutzen	99
4.2.5	Besondere Aufgabenmerkmale erkennen und Rechenvorteile nutzen	101
4.3	Hürden bei der Umsetzung des Zahlenrechnens	103
4.3.1	Gefahr der Überforderung von leistungsschwächeren Kindern	104
4.3.2	Gefahr des Abgleitens ins mechanische Rechnen	106
4.3.3	Gefahr der Bedeutungslosigkeit des Zahlenrechnens nach Einführung der schriftlichen Rechenverfahren	106
4.3.4	Gefahr der Überforderung von Lehrkräften	107
4.4	Rechenwege für mehrstellige Multiplikationen in gängigen österreichischen Schulbüchern	108
4.4.1	Analyse der Schulbücher	109
4.4.2	Zusammenfassung und Diskussion der Analyse	115
5	Forschungsfragen, Methodologie und Design der empirischen Untersuchung	121
5.1	Forschungslücke	121
5.2	Inhaltliche Zielsetzungen und Forschungsfragen	124
5.3	Methodologische Grundlegung – Fachdidaktische Entwicklungsforschung	126
5.4	Beschreibung der Stichprobe	135
5.5	Methoden der Datenerhebung und Datenauswertung	141
5.5.1	Klinische Interviews	141
5.5.2	Konzeption und Durchführung der klinischen Interviews	144
5.5.3	Konzeption und Durchführung der schriftlichen Befragung	150
5.5.4	Auswertung der klinischen Interviews und der schriftlichen Befragung	152
5.5.5	Der Prozess der Typenbildung nach Kelle und Kluge (2010)	154
5.5.6	Konstruktion des Kategoriensystems	159
5.5.7	Konzeption des Leitfadens für das Interview mit den Lehrkräften	165
5.5.8	Auswertung der Interviews mit den Lehrkräften	167

5.6	Überlegungen zur Entwicklung des Lernarrangements	167
5.6.1	Leitideen bei der Gestaltung des Lernarrangements	169
5.7	Beschreibung des Lernarrangements	172
5.7.1	Operative Zusammenhänge entdecken – Malaufgaben mit gleichen Ergebnissen	174
5.7.2	Das 400er-Punktefeld einführen – Malaufgaben darstellen und aus Darstellungen erkennen	175
5.7.3	Aufgreifen informeller Rechenwege für einstellig mal zweistellige Multiplikationen in Rechenkonferenzen	177
5.7.4	Spezielle Rechenwege gezielt erarbeiten – Zerlegen und Plus	178
5.7.5	Spezielle Rechenwege gezielt erarbeiten – Zerlegen und Minus	180
5.7.6	Spezielle Rechenwege gezielt erarbeiten – Verdoppeln	185
5.7.7	Spezielle Rechenwege gezielt erarbeiten – Verdoppeln und Halbieren	188
5.7.8	Geschicktes Rechnen durch Erkennen und Nutzen besonderer Aufgabenmerkmale	192
5.8	Ergebnisse und Erfahrungen aus der ersten Erprobung im Hinblick auf die Überarbeitung des Lernarrangements	196
5.9	Zur Dokumentation der zweiten Erprobung	199
5.9.1	Beschreibung der Seminarreihe	200
5.9.2	Zeitliche Rahmung und Ablauf der Umsetzung im zweiten Zyklus	201
6	Empirische Ergebnisse	205
6.1	Rechenwege und Typisierung <i>vor</i> der Umsetzung des Lernarrangements	206
6.1.1	Analyse der Rechenwege <i>vor</i> der Umsetzung	206
6.1.2	Lösungsrichtigkeit <i>vor</i> der Umsetzung	219
6.1.3	Operative Beziehungen nutzen <i>vor</i> der Umsetzung	222
6.1.4	Typisierung nach Rechenwegen <i>vor</i> der Umsetzung	226
6.2	Rechenwege und Begründen von Rechenwegen <i>nach</i> der Umsetzung des Lernarrangements	236
6.2.1	Analyse der Rechenwege <i>nach</i> der Umsetzung	236
6.2.2	Lösungsrichtigkeit <i>nach</i> der Umsetzung	249
6.2.3	Operative Beziehungen nutzen <i>nach</i> der Umsetzung	250

6.2.4	Begründen von Rechenwegen am 400er-Punktefeld <i>nach</i> der Umsetzung	256
6.2.5	Mehrere Rechenwege für eine Aufgabe	261
6.2.6	Welcher Rechenweg ist der einfachste?	264
6.2.7	Begründungen für den einfachsten Rechenweg	265
6.2.8	Ein Vergleich der Ergebnisse <i>vor</i> und <i>nach</i> der Umsetzung	274
6.3	Typisierung nach Rechenwegen <i>nach</i> der Umsetzung des Lernarrangements	276
6.3.1	Festlegung der relevanten Vergleichsdimensionen	276
6.3.2	Gruppierung der Fälle und Analyse der inhaltlichen Zusammenhänge	280
6.3.3	Von Gruppierungen zu Typen	286
6.3.4	Charakterisierung der Typen	290
6.3.5	Einzelfalldarstellung 1: Kind nutzt überwiegend fehlerhafte Rechenwege	307
6.3.6	Einzelfalldarstellung 2: Kind nutzt Rechenwege, die im Hinblick auf die auftretenden Aufgabenmerkmale nicht als aufgabenadäquat bezeichnet werden können ...	310
6.4	Hürden in der Umsetzung und Hinweise für eine Überarbeitung	313
6.4.1	Fehlerhafte Rechenwege	313
6.4.2	Übergeneralisierung	323
6.4.3	Gefahr der Überforderung leistungsschwächerer Kinder	325
6.4.4	Hürden durch Einflüsse aus dem Elternhaus oder dem sozialen Umfeld	326
6.4.5	Hinweise für eine weitere Überarbeitung des Lernarrangements	328
7	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse	335
7.1	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse <i>vor</i> der Umsetzung des Lernarrangements	335
7.1.1	Rechenwege für Mult_1 × 2_ZR <i>vor</i> der Thematisierung	336
7.1.2	Typisierung nach genutzten Rechenwegen <i>vor</i> der Thematisierung	338
7.1.3	Die Besonderheit der Stichprobe	339

7.1.4	Transfer von Ableitungswegen aus der Einmaleinserarbeitung auf Mult ₁ × 2_ZR	339
7.1.5	Fazit der Ergebnisse <i>vor</i> der Thematisierung	342
7.2	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse nach der Umsetzung des Lernarrangements	343
7.2.1	Rechenwege für Mult ₁ × 2_ZR <i>nach</i> der Umsetzung	344
7.2.2	Typisierung nach genutzten Rechenwegen <i>nach</i> der Umsetzung	348
7.2.3	Zur Umsetzung der Ziele des Lernarrangements	350
7.2.4	Strategiewahlmodell oder Emergenzmodell?	360
7.2.5	Sichtweisen zum Begriff <i>aufgabenadäquat</i>	362
7.2.6	Abschließende Bemerkungen	366
	Literaturverzeichnis	369