

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	11
I Grundlagen	17
1 Aussagen	19
1.1 Definition und Beispiele	19
1.2 Verknüpfungen von Aussagen	21
1.3 Tautologie und Kontradiktion	27
1.4 Aussageformen	31
1.5 Aussagen mit Quantoren	32
2 Mengen und Mengenoperationen	36
2.1 Mengen	36
2.2 Gleichheit von Mengen	39
2.3 Komplementäre Mengen	41
2.4 Die leere Menge	42
2.5 Teilmenge und Obermenge	43
2.6 Potenzmenge und Mengenfamilien	45
2.7 Vereinigung, Durchschnitt und Differenz von Mengen	47
2.8 Produkt von Mengen	52
2.9 Weitere Rechenregeln für Mengenoperationen	56
3 Mathematisches Beweisen	58
4 Relationen	63
4.1 Definition und erste Beispiele	63

4.2	Operationen auf Relationen	67
4.3	Wichtige Eigenschaften von Relationen	71
4.4	Äquivalenzrelationen und Klasseneinteilung	74
4.5	Rechnen mit Äquivalenzrelationen	80
4.6	Halbordnungsrelationen	84
5	Abbildungen und Funktionen	89
5.1	Definition und erste Beispiele	89
5.2	Surjektive, injektive und bijektive Abbildungen	94
5.3	Folgen und Mengenfamilien	100
5.4	Kardinalität von Mengen	103
	Quellen und weiterführende Literatur	108
II	Techniken	109
6	Grundlegende Beweisstrategien	111
6.1	Direkter Beweis	112
6.2	Beweis durch Kontraposition	114
6.3	Widerspruchs-Beweis	115
6.4	Äquivalenzbeweis	116
6.5	Beweis atomarer Aussagen	117
6.6	Beweis durch Fallunterscheidung	119
6.7	Beweis von Aussagen mit Quantoren	121
6.8	Kombinatorischer Beweis	124
7	Vollständige Induktion	128
7.1	Idee der vollständigen Induktion	129
7.2	Beispiele für Induktionsbeweise	130
7.3	Struktur von Induktionsbeweisen	133
7.4	Verallgemeinerte vollständige Induktion	135
7.5	Induktive Definitionen	136

8	Zählen	147
8.1	Grundlegende Zählprinzipien	147
8.2	Permutationen und Binomialkoeffizienten	152
8.3	Rechnen mit Binomialkoeffizienten	157
9	Diskrete Stochastik	167
9.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeiten	167
9.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	175
9.3	Zufallsvariablen	177
9.4	Binomial-Verteilung und geometrische Verteilung	183
	Quellen und weiterführende Literatur	188
III	Strukturen	191
10	Boole'sche Algebra	193
10.1	Schaltfunktionen und Ausdrücke	193
10.2	Definition der Boole'schen Algebra	199
10.3	Beispiele Boole'scher Algebren	202
10.4	Eigenschaften Boole'scher Algebren	208
10.5	Halbordnungen in einer Boole'schen Algebra	212
10.6	Atome	215
10.7	Normalformen für Boole'sche Ausdrücke	218
10.8	Minimierung Boole'scher Ausdrücke	221
10.9	Der Isomorphie-Satz	223
10.10	Schaltkreis-Algebra	228
11	Graphen und Bäume	236
11.1	Grundbegriffe	237
11.2	Wege und Kreise in Graphen	244
11.3	Graphen und Matrizen	250
11.4	Isomorphismen auf Graphen	257
11.5	Bäume	261

12	Aussagenlogik	267
12.1	Boole'sche Algebra und Aussagenlogik	267
12.2	Normalformen	272
12.3	Erfüllbarkeitsäquivalente Formeln	275
12.4	Unerfüllbare Klauselmengen	279
12.5	Erfüllbarkeit von Hornklauseln	284
12.6	Resolution	286
12.7	Klauselmengen in 2KNF	294
13	Modulare Arithmetik	298
13.1	Die Teilbarkeitsrelation	299
13.2	Modulare Addition und Multiplikation	303
13.3	Modulares Rechnen	307
13.4	Der größte gemeinsame Teiler und der Algorithmus von Euklid	311
13.5	Der kleine Satz von Fermat	315
13.6	Verschlüsselung mit dem kleinen Satz von Fermat	319
13.7	Das RSA-Verfahren	325
	Quellen und weiterführende Literatur	327
	Index	329