

# Inhaltsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| <b>1 Einfache Muster</b> .....   | 1  |
| 1.1 Ein einfaches Muster auf einer quadratischen Fliese.....                       | 1  |
| 1.2 Einfache Fliesenmuster mit gleichseitigen Dreiecken.....                       | 8  |
| 1.3 Parkettierung der Ebene mit den quadratischen und<br>dreieckigen Fliesen ..... | 10 |
| 1.4 Fries-Ornamente .....  | 12 |
| 1.5 Hinweise auf weiterführende Literatur .....                                    | 23 |
| <b>2 Multiplikation natürlicher Zahlen</b> .....                                   | 25 |
| 2.1 Rechentricks der vedischen Mathematik .....                                    | 26 |
| 2.2 Rechentricks mit Quadratzahlen – die babylonische Multiplikation....           | 29 |
| 2.3 Die Gelosia-Methode .....  | 30 |
| 2.4 Napier's Bones .....   | 33 |
| 2.5 Napier's Chessboard Calculator.....  | 36 |
| 2.6 Die russische Bauernmethode .....  | 38 |
| 2.7 Adam Ries: Das Rechnen auf den Linien .....                                    | 40 |
| 2.8 Ergänzung: Napiers Promptuarium .....  | 45 |
| 2.9 Hinweise auf weiterführende Literatur .....                                    | 48 |
| <b>3 Kreisfiguren und Figuren aus Kreisen</b> .....                                | 49 |
| 3.1 Einander schneidende Kreise.....   | 50 |
| 3.2 Flächenunterteilungen durch Kreisbögen – Yin und Yang.....                     | 65 |
| 3.3 Kreise im Kreis .....  | 71 |
| 3.4 Ergänzung: Zur Darstellung von Mengen mithilfe von<br>Venn-Diagrammen .....    | 76 |
| 3.5 Hinweise auf weiterführende Literatur .....                                    | 79 |
| <b>4 Teiler und Teilbarkeit</b> .....  | 81 |
| 4.1 Zueinander teilerfremde natürliche Zahlen .....                                | 82 |
| 4.2 Anzahl der zu einer natürlichen Zahl teilerfremden<br>natürlichen Zahlen ..... | 89 |

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| 4.3      | Anzahl der Teiler einer natürlichen Zahl . . . . .  | 95  |
| 4.4      | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .   | 108 |
| <b>5</b> | <b>Teilbarkeitsregeln . . . . .</b>   | 109 |
| 5.1      | Regeln für Endziffern. . . . .  | 110 |
| 5.2      | Quersummen-Regeln . . . . .   | 111 |
| 5.3      | Teilbarkeitsregeln für 2er-Quersummen, 3er-Quersummen,<br>4er-Quersummen, . . . . .             | 112 |
| 5.4      | Alternierende Quersummen . . . . .  | 114 |
| 5.5      | Überprüfen der Teilbarkeit durch Zerlegen einer Zahl in zwei<br>Teilzahlen . . . . .            | 116 |
| 5.6      | Teilbarkeit von Zahlen mit Ziffernwiederholung. . . . .   | 120 |
| 5.7      | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .   | 123 |
| <b>6</b> | <b>Das Pascal'sche Dreieck . . . . .</b>  | 125 |
| 6.1      | Definition des Pascal'schen Dreiecks . . . . .  | 126 |
| 6.2      | Pascals Lösung des <i>Problème des partis</i> . . . . .   | 128 |
| 6.3      | Zusammenhang zwischen dem Pascal'schen Dreieck und<br>den binomischen Formeln . . . . .         | 132 |
| 6.4      | Wege in einem Quadratgitter . . . . .   | 134 |
| 6.5      | Anzahl der Auswahlmöglichkeiten – Darstellung der<br>Binomialkoeffizienten als Produkt. . . . . | 137 |
| 6.6      | Der allgemeine binomische Lehrsatz. . . . .   | 142 |
| 6.7      | Binomialkoeffizienten und Binomialverteilung. . . . .   | 144 |
| 6.8      | Entdeckungen im Pascal'schen Dreieck . . . . .  | 147 |
| 6.9      | Das harmonische Dreieck von Leibniz . . . . .   | 163 |
| 6.10     | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .   | 167 |
| <b>7</b> | <b>Wurzel aus 2 . . . . .</b>   | 169 |
| 7.1      | Die Länge der Diagonale im Einheitsquadrat ist keine<br>rationale Zahl . . . . .                | 170 |
| 7.2      | Von Quadratzahlen zu Quadratwurzeln – das Heron-Verfahren . . . . .                             | 173 |
| 7.3      | Eine besondere Intervallschachtelung für $\sqrt{2}$ . . . . .                                   | 177 |
| 7.4      | Pell'sche Zahlenfolgen. . . . .   | 183 |
| 7.5      | Eine babylonische Näherungsformel . . . . .   | 186 |
| 7.6      | Weitere Verfahren zur Bestimmung eines Näherungswerts für $\sqrt{2}$ . . . . .                  | 189 |
| 7.7      | Bestimmung von $\sqrt{2}$ mithilfe einer Interpolation . . . . .                                | 193 |
| 7.8      | Das Verfahren des schriftlichen Wurzelziehens . . . . .   | 195 |
| 7.9      | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .   | 200 |
| <b>8</b> | <b>Fußball-Bundesliga, Umfüllprobleme und Ganzzahl-Billard. . . . .</b>                         | 203 |
| 8.1      | Grafische Darstellung von Zahlentripeln mit konstanter Summe . . . . .                          | 205 |
| 8.2      | Das klassische Umfüllproblem . . . . .  | 207 |

---

|  |  |     |
|--|--|-----|
| 8.3  | Ein Billardspiel auf einem rechteckigen Tisch mit ganzzahligen Seitenlängen . . . . .        | 216 |
| 8.4  | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .  | 221 |
| <b>9</b>   | <b>Kreisbögen und noch mehr Kreisfiguren</b> . . . . .                                       | 223 |
| 9.1  | Muster aus Kreisen und Kreisbögen . . . . .  | 223 |
| 9.2  | Gotische Maßwerkfenster . . . . .  | 231 |
| 9.3  | Ovale, Korbbögen und Gleichdicks . . . . .   | 234 |
| 9.4  | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .  | 244 |
| <b>10</b>  | <b>Magische Quadrate</b> . . . . .   | 247 |
| 10.1   | Magische $3 \times 3$ -Quadrate . . . . .  | 249 |
| 10.2   | Magische $4 \times 4$ -Quadrate . . . . .  | 255 |
| 10.3   | Zur Konstruktion magischer Quadrate mit ungerader Ordnung . . . . .                          | 262 |
| 10.4   | Geomagische Quadrate . . . . .   | 265 |
| 10.5   | Weitere magische Figuren . . . . .   | 268 |
| 10.6   | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .  | 271 |
| <b>11</b>  | <b>Rencontre und mehr</b> . . . . .  | 275 |
| 11.1   | Untersuchung von Ziehungsreihenfolgen . . . . .  | 276 |
| 11.2   | Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis<br><i>keine Übereinstimmung</i> . . . . . | 284 |
| 11.3   | Anwendung der Überlegungen beim Rencontre-Problem . . . . .                                  | 287 |
| 11.4   | Ketten mit farbigen Kugeln . . . . .   | 289 |
| 11.5   | Ketten mit dunklen und hellen Kugeln . . . . .   | 293 |
| 11.6   | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .  | 298 |
| <b>12</b>  | <b>Spiralen</b> . . . . .  | 301 |
| 12.1   | Archimedische Spiralen . . . . .   | 303 |
| 12.2   | Logarithmische Spiralen . . . . .  | 311 |
| 12.3   | Beispiele weiterer Spiraltypen . . . . .   | 320 |
| 12.4   | Spiralförmige Anordnungen natürlicher Zahlen . . . . .                                       | 323 |
| 12.5   | Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .  | 329 |
| <b>Allgemeine Hinweise auf geeignete Literatur</b> . . . . . |  | 331 |
| <b>Sachverzeichnis</b> . . . . .                             |  | 333 |