

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einfache Muster</b>	<b>1</b>
1.1	Ein einfaches Muster auf einer quadratischen Fliese	1
1.2	Einfache Fliesenmuster mit gleichseitigen Dreiecken	8
1.3	Parkettierung der Ebene mit den quadratischen und dreieckigen Fliesen	10
1.4	Fries-Ornamente	12
1.5	Hinweise auf weiterführende Literatur	23
<b>2</b>	<b>Multiplikation natürlicher Zahlen</b>	<b>25</b>
2.1	Rechentricks der vedischen Mathematik	26
2.2	Rechentricks mit Quadratzahlen – die babylonische Multiplikation	29
2.3	Die Gelosia-Methode	30
2.4	Napier's Bones	33
2.5	Napier's Chessboard Calculator	36
2.6	Die russische Bauernmethode	38
2.7	Adam Ries: Das Rechnen auf den Linien	40
2.8	Ergänzung: Napiers Promptuarium	45
2.9	Hinweise auf weiterführende Literatur	48
<b>3</b>	<b>Kreisfiguren und Figuren aus Kreisen</b>	<b>49</b>
3.1	Einander schneidende Kreise	50
3.2	Flächenunterteilungen durch Kreisbögen – Yin und Yang	65
3.3	Kreise im Kreis	71
3.4	Ergänzung: Zur Darstellung von Mengen mithilfe von Venn-Diagrammen	76
3.5	Hinweise auf weiterführende Literatur	79
<b>4</b>	<b>Teiler und Teilbarkeit</b>	<b>81</b>
4.1	Zueinander teilerfremde natürliche Zahlen	82
4.2	Anzahl der zu einer natürlichen Zahl teilerfremden natürlichen Zahlen	89

4.3	Anzahl der Teiler einer natürlichen Zahl . . . . .	95
4.4	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	108
<b>5</b>	<b>Teilbarkeitsregeln . . . . .</b>	<b>109</b>
5.1	Regeln für Endziffern . . . . .	110
5.2	Quersummen-Regeln . . . . .	111
5.3	Teilbarkeitsregeln für 2er-Quersummen, 3er-Quersummen, 4er-Quersummen, . . . . .	112
5.4	Alternierende Quersummen . . . . .	114
5.5	Überprüfen der Teilbarkeit durch Zerlegen einer Zahl in zwei Teilzahlen . . . . .	116
5.6	Teilbarkeit von Zahlen mit Ziffernwiederholung . . . . .	120
5.7	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	123
<b>6</b>	<b>Das Pascal'sche Dreieck . . . . .</b>	<b>125</b>
6.1	Definition des Pascal'schen Dreiecks . . . . .	126
6.2	Pascals Lösung des <i>Problème des partis</i> . . . . .	128
6.3	Zusammenhang zwischen dem Pascal'schen Dreieck und den binomischen Formeln . . . . .	132
6.4	Wege in einem Quadratgitter . . . . .	134
6.5	Anzahl der Auswahlmöglichkeiten – Darstellung der Binomialkoeffizienten als Produkt . . . . .	137
6.6	Der allgemeine binomische Lehrsatz . . . . .	142
6.7	Binomialkoeffizienten und Binomialverteilung . . . . .	144
6.8	Entdeckungen im Pascal'schen Dreieck . . . . .	147
6.9	Das harmonische Dreieck von Leibniz . . . . .	163
6.10	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	167
<b>7</b>	<b>Wurzel aus 2 . . . . .</b>	<b>169</b>
7.1	Die Länge der Diagonale im Einheitsquadrat ist keine rationale Zahl . . . . .	170
7.2	Von Quadratzahlen zu Quadratwurzeln – das Heron-Verfahren . . . . .	173
7.3	Eine besondere Intervallschachtelung für $\sqrt{2}$ . . . . .	177
7.4	Pell'sche Zahlenfolgen . . . . .	183
7.5	Eine babylonische Näherungsformel . . . . .	186
7.6	Weitere Verfahren zur Bestimmung eines Näherungswerts für $\sqrt{2}$ . . . . .	189
7.7	Bestimmung von $\sqrt{2}$ mithilfe einer Interpolation . . . . .	193
7.8	Das Verfahren des schriftlichen Wurzelziehens . . . . .	195
7.9	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	200
<b>8</b>	<b>Fußball-Bundesliga, Umfüllprobleme und Ganzzahl-Billard . . . . .</b>	<b>203</b>
8.1	Grafische Darstellung von Zahlentripeln mit konstanter Summe . . . . .	205
8.2	Das klassische Umfüllproblem . . . . .	207

8.3	Ein Billardspiel auf einem rechteckigen Tisch mit ganzzahligen Seitenlängen. . . . .	216
8.4	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	221
<b>9</b>	<b>Kreisbögen und noch mehr Kreisfiguren . . . . .</b>	<b>223</b>
9.1	Muster aus Kreisen und Kreisbögen . . . . .	223
9.2	Gotische Maßwerkfenster . . . . .	231
9.3	Ovale, Korbbögen und Gleichdicks . . . . .	234
9.4	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	244
<b>10</b>	<b>Magische Quadrate. . . . .</b>	<b>247</b>
10.1	Magische $3 \times 3$ -Quadrate . . . . .	249
10.2	Magische $4 \times 4$ -Quadrate . . . . .	255
10.3	Zur Konstruktion magischer Quadrate mit ungerader Ordnung . . . . .	262
10.4	Geomagische Quadrate . . . . .	265
10.5	Weitere magische Figuren . . . . .	268
10.6	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	271
<b>11</b>	<b>Rencontre und mehr . . . . .</b>	<b>275</b>
11.1	Untersuchung von Ziehungsreihenfolgen . . . . .	276
11.2	Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis <i>keine Übereinstimmung</i> . . . . .	284
11.3	Anwendung der Überlegungen beim Rencontre-Problem. . . . .	287
11.4	Ketten mit farbigen Kugeln . . . . .	289
11.5	Ketten mit dunklen und hellen Kugeln . . . . .	293
11.6	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	298
<b>12</b>	<b>Spiralen . . . . .</b>	<b>301</b>
12.1	Archimedische Spiralen. . . . .	303
12.2	Logarithmische Spiralen . . . . .	311
12.3	Beispiele weiterer Spiraltypen . . . . .	320
12.4	Spiralförmige Anordnungen natürlicher Zahlen . . . . .	323
12.5	Hinweise auf weiterführende Literatur . . . . .	329
	<b>Allgemeine Hinweise auf geeignete Literatur. . . . .</b>	<b>331</b>
	<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>333</b>