

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Überblick	1
1.2	Licht und Lichtgeschwindigkeit	2
1.3	Kurzer Abriss der Elektrodynamik	4
1.4	Kurzer Abriss der Newton'schen Gravitationstheorie	7
1.4.1	Äquivalenzprinzip	10
1.4.2	Schwarzschild-Radius	11
1.4.3	Gravitative Bindungsenergie	13
1.4.4	Kosmische Geschwindigkeiten	14
1.5	Astrophysikalische Grundlagen	17
1.5.1	Kleiner Überblick über unser Sonnensystem	17
1.5.2	Längeneinheiten in der Astronomie und Astrophysik	22
1.5.3	Helligkeit von Sternen	23
1.5.4	Sternenhimmel im Jahresverlauf	25
1.5.5	Aberration von Sternlicht	28
1.5.6	Entfernungsbestimmung auf astronomischen Skalen	30
1.5.7	Koordinatensysteme	32
1.6	Übungsaufgaben	36
1.6.1	Foucault'scher Drehspiegel	36
1.6.2	Gravitationspotential in einer Hohlkugel	36
1.6.3	Gravitation und Coulomb-Kraft im Wasserstoffatom	37
1.6.4	Schwarzes Loch aus Wasser	37
	Literatur	37

Teil I Spezielle Relativitätstheorie

2	Weg zur speziellen Relativitätstheorie	41
2.1	Modell der Lichtausbreitung im 19. Jahrhundert	42
2.2	Michelson-Morley-Experiment	42
2.3	Fizeau-Versuch zur Äthermitbewegung	46
2.4	Relativitätsprinzip und Inertialsysteme	47
	Literatur	49

3	Lorentz-Transformation	51
3.1	Transformation zwischen Bezugssystemen	51
3.2	Motivation der Lorentz-Transformation	54
3.3	Matrixdarstellung	56
3.3.1	Spezielle Lorentz-Transformationen	58
3.3.2	Vergleich mit der Galilei-Transformation	58
3.3.3	Rapidität	59
3.3.4	Hintereinanderschaltung von Lorentz-Transformationen	60
3.4	Additionstheorem der Geschwindigkeit	62
3.4.1	Geschwindigkeitsaddition und Rapidität	63
3.4.2	Addition nicht paralleler Geschwindigkeiten	64
3.5	Minkowski-Diagramm	67
3.6	Übungsaufgaben	70
3.6.1	Galilei-Invarianz der Newton'schen Bewegungsgleichungen	70
3.6.2	Geschwindigkeitsadditionstheorem und der Fizeau-Versuch	70
3.6.3	Geschwindigkeitsadditionstheorem bei Verwendung der Rapidität	71
	Literatur	71
4	Physikalische Folgen der Lorentz-Invarianz	73
4.1	Verlust der Gleichzeitigkeit	73
4.2	Lorentz-Kontraktion bewegter Maßstäbe	75
4.3	Bewegte Uhren: Zeitdilatation	77
4.4	Paradoxa der SRT	79
4.4.1	Das Stab-Rahmen-Paradoxon	79
4.4.2	Das Uhrenparadoxon	82
4.4.3	Das Zwillingsparadoxon	85
4.5	Übungsaufgaben	86
4.5.1	Das „Myonenparadoxon“	86
	Literatur	86
5	Mathematischer Formalismus der SRT	87
5.1	Minkowski-Raum	88
5.1.1	Definition des Minkowski-Raumes	88
5.1.2	Definition der Lorentz-Transformation	89
5.2	Kontra- und kovariante Vektoren	92
5.2.1	Transformationsverhalten der Differentiale und Koordinatenableitungen	92
5.2.2	Tensoralgebra	93
5.2.3	Tensoreigenschaft des Differentialoperators	94
5.2.4	Eigenzeit	95

6 Relativistische Mechanik 97

6.1 Vierergeschwindigkeit 98

6.2 Viererbeschleunigung 98

6.3 Viererimpuls. 99

6.4 Viererkraft 99

6.5 Kräftefreie Bewegung 100

6.6 Relativistische Energie. 102

6.6.1 Äquivalenz von Masse und Energie. 102

6.6.2 Photonen und der Compton-Effekt 104

6.6.3 Weitere Beispiele 107

6.7 Reise mit konstanter Beschleunigung 108

6.7.1 Bewegungsgleichungen 108

6.7.2 Anwendung auf das Zwillingsparadoxon 111

6.8 Relativistische Kreisbahn. 115

6.9 Übungsaufgaben. 118

6.9.1 Rundreise auf Kreisbahn (für motivierte Rechner) 118

6.9.2 Relativistische Beschleunigung 119

Literatur. 119

7 Kovariante Formulierung der Elektrodynamik 121

7.1 Potentiale in der klassischen Elektrodynamik 122

7.2 Formulierung mit Viererpotential 123

7.2.1 Wellengleichung 125

7.3 Formulierung mit dem Feldstärketensor 126

7.3.1 Feldstärketensor 126

7.3.2 Dualer Feldstärketensor 127

7.3.3 Erste Schlussfolgerungen. 128

7.3.4 Kovariante Form der Maxwell-Gleichungen 129

7.4 Wechsel des Bezugssystems 130

7.5 Feld einer bewegten Punktladung 130

7.6 Kovariante Form der Lorentz-Kraft 134

7.7 Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes. 135

7.7.1 Einführung des Energie-Impuls-Tensors 135

7.7.2 Interpretation des Energie-Impuls-Tensors 137

7.8 Übungsaufgaben. 140

7.8.1 Feldtransformation bei allgemeinem Boost 140

Literatur. 140

8 Visuelle Effekte bei hohen Geschwindigkeiten 141

8.1 Relativistischer Dopplereffekt 142

8.1.1 Elektromagnetische Wellen im Vakuum 142

8.1.2 Transformation des Viererwellenvektors 142

8.1.3 Dopplereffekt und Aberration 144

8.2	Ewig konstant beschleunigte Rakete	148
8.2.1	Nachrichten von der Erde an den Raumfahrer	149
8.2.2	Nachrichten vom Raumfahrer an die Erde	151
8.2.3	Aussehen des Sternenhimmels	151
8.3	Aussehen schnell bewegter Objekte	154
8.4	Übungsaufgaben	158
8.4.1	Dopplerverschiebung von Spektrallinien	158
	Literatur	158
9	Visualisierung in der SRT	159
9.1	Visualisierungstechniken	160
9.1.1	Bildbasierte Methode	160
9.1.2	Polygon Rendering	163
9.1.3	Ray Tracing	166
9.1.4	Weitere Verfahren	166
9.2	Anwendungen der Visualisierungstechniken	167
9.2.1	Bildbasierte Methode	167
9.2.2	Polygon Rendering	168
9.2.3	Scheinbare Rotation eines Würfels	172
9.2.4	Kugelsilhouette bleibt kreisförmig	173
	Literatur	175
 Teil II Allgemeine Relativitätstheorie		
10	Äquivalenzprinzip als Basis der ART	179
10.1	Träge Masse	180
10.2	Schwere Masse	181
10.3	Fallexperimente	182
10.3.1	Beschleunigtes Labor	182
10.3.2	Ruhendes Labor	183
10.4	Lichtablenkung im Schwerfeld	185
10.5	Mathematische Bedeutung des Äquivalenzprinzips	186
10.6	Übungsaufgaben	187
10.6.1	Inhomogene Gravitationsfelder	187
10.6.2	Lichtablenkung im konstant fallenden Labor	187
	Literatur	187
11	Riemann'sche Geometrie	189
11.1	Riemann'sche Räume	190
11.1.1	Differenzierbare Mannigfaltigkeiten	190
11.1.2	Definition des Riemann'schen Raumes	190
11.1.3	Tangentialraum und Kotangentialraum	190
11.2	Tensorrechnung in der ART	192
11.2.1	Kontra- und Kovariante Tensoren	192
11.2.2	Tensoren höherer Stufe	193
11.2.3	Linearformen	193

11.2.4	Metrischer Tensor	194
11.2.5	Lokale Tetrade	197
11.2.6	Volumenelement	198
11.2.7	Parallelverschiebung und affine Zusammenhänge	198
11.2.8	Kovariante Ableitung	203
11.3	Raumkrümmung	205
11.3.1	Krümmung bekannter Flächen	205
11.3.2	Krümmungstensor	206
11.3.3	Isometrien und Killing-Vektoren	210
11.3.4	Trägheitssatz von Sylvester	211
11.4	Bewegung in gekrümmten Räumen	212
11.4.1	Geodätengleichung	212
11.4.2	Euler-Lagrange-Formalismus	214
11.4.3	Parallel- und Fermi-Walker-Transport	215
11.5	Übungsaufgaben	216
11.5.1	Bestimmung der Übergangskoeffizienten	216
11.5.2	Kreisbahn in der SRT	216
11.5.3	Beschleunigung in der Schwarzschild-Raumzeit	216
	Literatur	216
12	Einstein'sche Feldgleichungen	217
12.1	Nichtrelativistischer Grenzfall	218
12.2	Formulierung der Feldgleichungen	219
12.2.1	Energie-Impuls-Tensor	220
12.2.2	Ricci-Tensor in Schwachfeldnäherung	220
12.2.3	Bestimmung der Feldgleichungen	221
12.2.4	Formulierungen der Feldgleichungen	225
	Literatur	226
13	Schwarzschild-Metrik	227
13.1	Herleitung der Schwarzschild-Metrik	227
13.2	Eigenschaften der Schwarzschild-Metrik	230
13.2.1	Singularitäten	231
13.2.2	Messung der Radialkoordinate	232
13.2.3	Radialabstand von Punkten	232
13.2.4	Bedeutung der Koordinatenzeit	233
13.2.5	Radiale lichtartige Geodäten	234
13.2.6	Photonenorbit in der Schwarzschild-Metrik	234
13.2.7	Qualitatives Verhalten von Geodäten	235
13.2.8	Einstein-Ring	239
13.3	Schwarze Löcher	240
13.3.1	Freier Fall auf ein Schwarzes Loch	240
13.3.2	Erweiterung der Schwarzschild-Metrik	244
13.4	Tests der ART in der Schwarzschild-Metrik	248
13.4.1	Gravitative Frequenzverschiebung	248
13.4.2	Periheldrehung	250

13.4.3	Lichtablenkung im Gravitationsfeld	254
13.4.4	Laufzeitverzögerung	259
13.4.5	Geodätische Präzession	261
13.4.6	Global Positioning System.	262
13.5	Das massereiche Schwarze Loch im Zentrum der Milchstraße. ...	263
13.6	Übungsaufgaben.	266
13.6.1	Dopplereffekt beim Pound-Rebka-Experiment	266
13.6.2	Zeitdifferenzen bei GPS.	267
13.6.3	Geschwindigkeit des frei fallenden Beobachters.	267
13.6.4	Geodätische Präzession	267
	Literatur.	267
14	Kerr-Metrik und Nachweis eines Kerr-Schwarzen-Lochs	269
14.1	Horizont und Ergosphäre	270
14.2	Lokale Tetraden	271
14.3	Qualitatives Verhalten von Geodäten.	272
14.3.1	Lichtartige Geodäten	273
14.3.2	Zeitartige Kreisbahnen.	275
14.4	Nachweis eines supermassereichen Kerr-Schwarzen-Lochs.	277
14.4.1	Das Event-Horizon-Teleskop: Aufbau und Anordnung der Instrumente	278
14.4.2	Das Bild des Schwarzen Lochs im Zentrum der Galaxie M87.	279
14.5	Übungsaufgaben.	281
14.5.1	Werte des Drehimpulsparameters	281
	Literatur.	282
15	Gravitationswellen	283
15.1	Linearisierung der Feldgleichungen	283
15.1.1	Transformation auf harmonische Koordinaten	284
15.1.2	Lösung der linearisierten Feldgleichungen	285
15.2	Teilchen im Feld einer Gravitationswelle	288
15.3	Quadrupolnäherung	289
15.4	Energieabstrahlung durch Gravitationswellen.	290
15.4.1	Abgestrahlte Leistung	290
15.4.2	Annäherung der Systempartner, Chirp-Masse.	291
15.4.3	Abschätzung der Amplitude der Gravitationswelle.	293
15.5	Das Laser-Interferometer-Gravitationswellen-Observatorium (LIGO)	294
15.5.1	Die LIGO-Detektoren	294
15.5.2	Erster direkter Nachweis eines Gravitationswellen- Ereignisses	296
15.5.3	Weitere Gravitationswellen-Beobachtungen	297
15.5.4	Verschmelzen von zwei Neutronensternen	298

15.6	Nachweis von Gravitationswellen mit Pulsaren	300
15.7	Ausblick	301
	Literatur	302
16	Visualisierung in der ART	305
16.1	Abstrakte Visualisierung in der ART	306
16.1.1	Licht- und zeitartige Geodäten	306
16.1.2	Einbettungsdiagramm	307
16.1.3	Penrose-Carter-Diagramm	308
16.2	Allgemein-relativistisches Ray Tracing	311
16.2.1	Schatten eines Schwarzen Lochs	312
16.2.2	Fall auf ein Schwarzes Loch	316
16.2.3	Stern auf Kreisorbit um Schwarzes Loch	319
16.2.4	Akkretionsscheibe	323
16.3	Interaktive Visualisierung in der ART	325
16.3.1	Massive Parallelisierung via CPU- oder GPU-Cluster	325
16.3.2	Tabellierung von Geodäten	326
16.3.3	Verwendung analytischer Geodäten	327
	Literatur	327
 Teil III Sternentwicklung		
17	Sternentstehung	331
17.1	Virialsatz	332
17.2	Jeans-Kriterium für die Kontraktion	334
17.3	Übungsaufgaben	337
17.3.1	Virialsatz im harmonischen Potential	337
	Literatur	337
18	Innere Struktur von Sternen	339
18.1	Hydrostatisches Gleichgewicht	339
18.2	Physikalische Bedingungen in Sternen	342
18.3	Zustandsgleichung für Sternmaterie	345
18.4	Entartetes Elektronengas	346
18.4.1	Anschauliche Interpretation des Entartungsdrucks	346
18.4.2	Voll entartetes ideales Fermigas	349
18.5	Zusammenfassung	355
	Literatur	355
19	Energieproduktion in Sternen	357
19.1	Kernfusion als Energiequelle	358
19.2	Voraussetzungen für Fusionsprozesse	360
19.2.1	Geschwindigkeitsverteilung der Nukleonen	361
19.2.2	Tunneleffekt	363
19.3	Bestimmung von Reaktionsraten	365

19.4	Fusion von Wasserstoff	369
19.4.1	Proton-Proton-Kette	370
19.4.2	Bethe-Weizsäcker-Zyklus	372
19.4.3	Dauer der Wasserstoffbrennphase	373
19.5	Kernfusion nach dem Wasserstoffbrennen.	374
19.5.1	Heliumbrennphase	374
19.5.2	Spätere Fusionsphasen.	376
19.6	Entstehung schwerer Elemente	378
19.6.1	s-Prozess	379
19.6.2	r-Prozess.	380
19.7	Neutrinooszillationen.	381
	Literatur.	382
20	Weiße Zwerge	385
20.1	Qualitative Betrachtung	388
20.2	Numerisches Lösen der Zustandsgleichung.	391
20.3	Korrekturen der Zustandsgleichung.	393
20.4	Typ Ia Supernovae	396
20.5	Erhaltungsgrößen beim Kollaps.	398
20.5.1	Drehimpulserhaltung	399
20.5.2	Erhaltung des magnetischen Flusses	399
20.6	Übungsaufgaben.	402
20.6.1	Masse-Radius-Beziehung für weiße Zwerge.	402
	Literatur.	402
21	Neutronensterne	405
21.1	Entstehung von Neutronensternen	405
21.2	Radien von Neutronensternen	408
21.3	Rotationsperioden und Magnetfelder.	409
21.4	Masse-Radius-Beziehung für Neutronensterne	410
21.4.1	Hydrostatisches Gleichgewicht in relativistischer Form.	411
21.4.2	Relativistische Einflüsse auf die Beobachtung von Neutronensternen.	414
21.4.3	Neutronensternmodelle für Zustandsgleichungen	415
21.4.4	Zwischen weißen Zwergen und Neutronensternen	418
21.4.5	Dichten jenseits der Neutronensterne	418
21.5	Pulsare	419
21.5.1	Röntgenpulsar Hercules X-1	422
21.5.2	Präzisionstests der ART an Pulsarbinärsystemen	426
21.6	Ergänzung: Die Masse-Radius-Beziehung von Monden und Planeten	434
21.7	Übungsaufgaben.	437
21.7.1	TOV-Gleichung für konstante Dichte	437
21.7.2	Millisekundenpulsar.	437
	Literatur.	437

22 Klassifizierung von Sternen	439
22.1 Hertzsprung-Russell-Diagramm	439
22.2 Evolution von Sternen	442
Literatur.	444

Teil IV Kosmologie

23 Hinführung zur Kosmologie	447
23.1 Überblick	448
23.2 Olbers' Paradoxon	449
23.3 Edwin Hubbles Entdeckungen.	453
23.3.1 Entdeckung anderer Galaxien	453
23.3.2 Entfernungsabhängige Rotverschiebung	454
Literatur.	458
24 Modellannahmen zur Struktur des Universums	459
24.1 Homogenität und Isotropie des Universums	459
24.2 Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Metrik	462
24.2.1 Existenz einer universellen Zeit.	462
24.2.2 Homogene und isotrope Räume.	463
24.2.3 FLRW-Raumzeit	467
24.3 Übungsaufgaben.	468
24.3.1 FLRW-Metrik in konform-euklidischen Koordinaten	468
Literatur.	469
25 Feldgleichungen für die FLRW-Metrik	471
25.1 Ricci-Tensor der FLRW-Metrik	471
25.2 Energie-Impuls-Tensor der Materie	473
25.3 Friedmann-Gleichung für das Materieuniversum	475
25.4 Qualitative Betrachtung der Friedmann-Gleichung.	477
25.4.1 „Energiebilanz“ in der Friedmann-Gleichung.	477
25.4.2 Newton'sche Analogie zur Friedmann-Gleichung.	478
25.5 Skalenfaktoren für Materieuniversen.	479
25.5.1 Verschwindende Krümmung	480
25.5.2 Positive Krümmung	481
25.5.3 Negative Krümmung	482
Literatur.	483
26 Allgemeine Energieformen.	485
26.1 Umformulierung der Friedmann-Gleichung	486
26.2 Verallgemeinerter Energie-Impuls-Tensor.	488
26.3 Zustandsgleichungen für den Druck	489
26.4 Dunkle Materie	490
26.5 Strahlungsenergiedichte.	491
26.6 Einsteins kosmologisches Glied	492

26.7	Friedmann-Lemaître-Gleichung	496
26.7.1	Skalenfaktorabhängigkeit der Energiedichten	497
26.7.2	Aufstellung der Gleichungen	497
26.7.3	Qualitative Betrachtung im Potentialbild	499
26.7.4	Formulierung mit Energiedichteanteilen	500
26.7.5	Flaches Strahlungsuniversum	503
26.7.6	Flaches Λ -Universum	504
26.7.7	Flaches $(\Omega_{r0}-\Omega_{m0})$ -Modell	506
26.7.8	Flaches $(\Omega_{m0}-\Omega_{\Lambda0})$ -Modell	507
26.7.9	Flaches $(\Omega_{r0}-\Omega_{\Lambda0})$ -Modell	510
26.7.10	Modelle mit Krümmung	511
26.7.11	Andere Modelle	516
26.8	Übungsaufgaben	517
26.8.1	Big-Rip-Modelle	517
26.8.2	Ereignishorizont der De-Sitter-Metrik	517
26.8.3	Details zum Modell mit Strahlung, kosmologischer Konstante und Krümmung	517
	Literatur	518
27	Überlegungen zur kosmologischen Beobachtung	519
27.1	Linearisierung des Skalenfaktors	520
27.2	Entfernungen auf kosmologischen Skalen	521
27.3	Eigendistanz zwischen Objekten	521
27.4	Kosmologische Rotverschiebung	523
27.4.1	Interpretation als Dopplereffekt	523
27.4.2	Interpretation als Effekt der Raumdehnung	524
27.4.3	Rotverschiebung im flachen $(\Omega_{m0}-\Omega_{\Lambda0})$ -Modell	527
27.5	Entfernungsbestimmung in der Kosmologie	528
27.6	Helligkeits-Rotverschiebungs-Beziehung	532
27.7	Korrekturen der Helligkeits-Rotverschiebungs-Beziehung	534
	Literatur	535
28	SN Ia als Standardkerzen für das junge Universum	537
28.1	Aufklärung der Dynamik des Universums	538
28.2	Ergebnisse der Messungen an SN Ia	539
	Literatur	540
29	Kosmische Mikrowellenhintergrundstrahlung	541
29.1	Spektrum des CMB	542
29.2	Anisotropien im CMB	546
29.2.1	Nachweis der Anisotropie des CMB	547
29.2.2	Statistische Analyse der Anisotropien	549
29.2.3	Das Winkelleistungsspektrum	553
29.2.4	Sachs-Wolfe-Effekt	554
29.2.5	Akustische Oszillationen	557
29.2.6	Akustische Oszillationen des PBF	561

29.2.7	Silk-Dämpfung	565
29.2.8	Kosmologische Parameter	566
29.3	Die Hubble-Kontroverse	567
29.4	Polarisation des Mikrowellenhintergrunds und Inflation.	568
29.5	Übungsaufgaben.	571
29.5.1	Dipol-Anisotropie der Hintergrundstrahlung.	571
	Literatur.	571
30	Die ersten Momente	573
30.1	Auswirkung von Quanteneffekten	573
30.2	Inflation	575
30.2.1	Flachheitsproblem	576
30.2.2	Horizontproblem	577
30.2.3	Monopolproblem	578
30.2.4	Inflationäres Universum.	578
30.3	Schlussbemerkungen	580
30.4	Übungsaufgaben.	581
30.4.1	Bedeutung der Planck-Ladung.	581
30.4.2	Homogenität des CMB	582
	Literatur.	582
	A Zahlenwerte und Konstanten.	583
	Stichwortverzeichnis.	585