

# Inhaltsverzeichnis

---

## Teil I Endliche Wörter

---

<b>1</b>	<b>Grundlagen der Theorie formaler Sprachen</b>	3
1.1	Reguläre Sprachen und endliche Automaten	3
1.1.1	Reguläre Sprachen	3
1.1.2	Endliche Automaten	5
1.1.3	Deterministische, endliche Automaten	9
1.2	Entscheidbarkeit und Komplexität	11
<b>2</b>	<b>Schwache, monadische Logik zweiter Stufe</b>	13
2.1	Syntax und Semantik	13
2.2	Verbindung zur Theorie formaler Sprachen	15
2.2.1	Von Automaten zu Formeln	17
2.2.2	Von Formeln zu Automaten	18
2.2.3	Regularität und WMSO-Definierbarkeit	19
2.3	Implementierung der monadischen Logik	20
2.3.1	Das Tool MONA	20
2.3.2	Spezifikation eines Binärzählers	21
2.3.3	Spezifikation eines Addierers	22
2.3.4	Spezifikation eines Synchronaddierers	23
2.4	Komplexität des Entscheidungsproblems	24
2.5	Presburger-Arithmetik	26
<b>3</b>	<b>Alternierende, endliche Automaten</b>	29
3.1	Alternierende Automaten und ihre Läufe	29
3.2	Verbindung zu regulären Sprachen	33
3.3	Gedächtnislose Läufe	36
3.4	Akzeptanz als Spiel	38

## VIII Inhaltsverzeichnis

<b>4 Sternfreie Sprachen</b> . . . . .	41
4.1 Erststufige Logik . . . . .	41
4.2 Ehrenfeucht-Fraïssé-Spiele . . . . .	42
4.3 Abschlusseigenschaften . . . . .	45
<b>Notizen</b> . . . . .	49
<b>Übungsaufgaben</b> . . . . .	51

---

## Teil II Unendliche Wörter

---

<b>5 Automaten auf unendlichen Wörtern</b> . . . . .	61
5.1 Unendliche Wörter und reguläre $\omega$ -Sprachen . . . . .	62
5.2 Büchi-Automaten . . . . .	64
<b>6 Komplementierung von Büchi-Automaten</b> . . . . .	69
6.1 Zwei Sätze der unendlichen Kombinatorik . . . . .	69
6.2 Komplementierung nach Büchi . . . . .	70
6.3 Entscheidbarkeit der monadischen Logik zweiter Stufe . . . . .	72
<b>7 Weitere Akzeptanzbedingungen</b> . . . . .	75
7.1 Rabin-, Streett- und Paritätsautomaten . . . . .	75
7.2 Muller-Automaten . . . . .	80
7.3 Co-Büchi-Automaten . . . . .	83
<b>8 Determinisierung von Büchiautomaten</b> . . . . .	87
8.1 Fundamentales Problem der Determinisierung . . . . .	88
8.2 Safra-Konstruktion . . . . .	90
8.3 Deterministische Paritätsautomaten . . . . .	99
8.3.1 Verfeinerung der Safra-Konstruktion . . . . .	99
8.3.2 Latest Appearance Records . . . . .	101
<b>9 Entscheidungsverfahren für <math>\omega</math>-Automaten</b> . . . . .	103
9.1 Verschiedene Leerheitsprobleme . . . . .	103
9.2 Universalitätsproblem für Büchi-Automaten . . . . .	107
9.2.1 Universalität durch Komplementierung . . . . .	107
9.2.2 Universalität mit dem Satz von Ramsey . . . . .	108
9.2.3 Reduktion von Subsumption auf Universalität . . . . .	110
9.3 Size-change Termination . . . . .	111
9.3.1 Rekursive Programme . . . . .	111
9.3.2 Termination als Sprachinklusion . . . . .	113
9.3.3 Terminationsanalyse mit Büchi-Automaten . . . . .	114

<b>10 Alternierende Automaten</b> . . . . .	117
10.1 Alternierende Büchi-Automaten . . . . .	117
10.2 Komplementierung mittels Alternierung . . . . .	122
10.3 Schwache Automaten . . . . .	126
<b>11 Linearzeit-Temporale Logik</b> . . . . .	131
11.1 Syntax und Semantik . . . . .	131
11.2 LTL und nichtdeterministische Büchi-Automaten . . . . .	135
11.2.1 Verallgemeinerte Büchi-Automaten . . . . .	135
11.2.2 Von LTL nach NBA . . . . .	136
11.3 LTL und alternierende Büchi-Automaten . . . . .	140
11.4 Spezifikation und Verifikation . . . . .	144
11.4.1 Transitionssysteme und Läufe . . . . .	145
11.4.2 Model-Checking . . . . .	146
<b>Notizen</b> . . . . .	149
<b>Übungsaufgaben</b> . . . . .	153
<hr/>	
<b>Teil III Endliche Bäume</b>	
<b>12 Automaten auf endlichen Bäumen</b> . . . . .	163
12.1 Top-down vs. Bottom-up . . . . .	163
12.2 Abschlusseigenschaften und Entscheidbarkeit . . . . .	169
<b>13 Anwendungen</b> . . . . .	173
13.1 Higher-order Matching . . . . .	173
13.2 Baumautomaten und XML . . . . .	176
<b>Notizen</b> . . . . .	179
<b>Übungsaufgaben</b> . . . . .	181
<hr/>	
<b>Teil IV Unendliche Bäume</b>	
<b>14 Automaten auf unendlichen Bäumen</b> . . . . .	185
14.1 Paritäts-Baumautomaten . . . . .	186
14.2 Büchi-Baumautomaten . . . . .	188
<b>15 Komplement-Abschluss und Leerheitsproblem</b> . . . . .	191
15.1 Paritätsspiele . . . . .	191
15.1.1 Spiele, Partien und Strategien . . . . .	191
15.1.2 Positionale Determiniertheit . . . . .	195
15.1.3 Algorithmische Behandlung . . . . .	197

## X Inhaltsverzeichnis

15.2	Komplementierung der Paritäts-Baumautomaten .....	199
15.2.1	Akzeptanz durch PBA als Paritätsspiel.....	199
15.2.2	Konstruktion des Komplementautomaten.....	200
15.3	Leerheitstest .....	201
<b>16</b>	<b>Logiken auf unendlichen Bäumen .....</b>	<b>205</b>
16.1	MSO auf Bäumen .....	206
16.1.1	Syntax und Semantik .....	206
16.1.2	Entscheidbarkeit .....	207
16.2	Volle Baumzeit-Logik .....	208
16.2.1	Syntax und Semantik .....	208
16.2.2	Entscheidbarkeit .....	210
16.3	Modaler $\mu$ -Kalkül .....	212
16.3.1	Modallogik .....	213
16.3.2	Fixpunktquantoren .....	214
16.3.3	Entscheidbarkeit .....	216
<b>Notizen</b>	.....	<b>219</b>
<b>Übungsaufgaben</b>	.....	<b>223</b>

---

## Anhang

---

<b>Ausblick</b>	.....	<b>227</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	.....	<b>231</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	.....	<b>233</b>