

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>v</b>
<b>Elementare Grundlagen</b>	<b>1</b>
<b>1 Grundkenntnisse der Arithmetik und analytischen Geometrie</b>	<b>1</b>
1.1 Zahlenbereiche, Grundrechenarten . . . . .	2
1.2 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen . . . . .	12
1.3 Indizierung, Summen, Produkte . . . . .	17
1.4 Kombinatorik . . . . .	23
1.5 Gleichungen und Ungleichungen mit einer Variablen . . . . .	31
1.6 Analytische Geometrie der Ebene . . . . .	42
1.7 Grundlagen der Trigonometrie . . . . .	55
1.8 Komplexe Zahlen . . . . .	62
1.9 Gleichungen höheren Grades . . . . .	68
<b>Formale Grundlagen</b>	<b>81</b>
<b>2 Aussagenlogik</b>	<b>81</b>
2.1 Aussagen und ihre Verknüpfungen . . . . .	82
2.2 Allaussagen, Existenzaussagen . . . . .	94
2.3 Mathematische Beweisführung . . . . .	96
<b>3 Mengen</b>	<b>107</b>
3.1 Einführung und Darstellungsformen . . . . .	108
3.2 Schnitt- und Vereinigungsmengen . . . . .	114
3.3 Differenzmengen . . . . .	119
<b>4 Binäre Relationen</b>	<b>125</b>
4.1 Einführung und Darstellungsformen . . . . .	125
4.2 Inverse und zusammengesetzte Relationen . . . . .	130
4.3* Ordnungseigenschaften von Mengen . . . . .	134
4.4* Äquivalenzrelationen . . . . .	137
4.5* Präordnungen . . . . .	140

<b>Analysis von Funktionen einer Variablen</b>	<b>151</b>
<b>5 Reelle Funktionen einer Variablen</b>	<b>151</b>
5.1 Funktionen als spezielle Relationen . . . . .	151
5.2 Beispiele für reelle Funktionen einer Variablen . . . . .	159
5.3 Eigenschaften reeller Funktionen . . . . .	166
<b>6 Elementare reelle Funktionen</b>	<b>175</b>
6.1 Polynome . . . . .	175
6.2 Rationale Funktionen . . . . .	179
6.3 Potenz- und Wurzelfunktionen . . . . .	186
6.4 Exponential- und Logarithmusfunktionen . . . . .	188
6.5 Trigonometrische Funktionen . . . . .	193
<b>7 Grenzwerte und Stetigkeit</b>	<b>199</b>
7.1 Unendliche Zahlenfolgen . . . . .	199
7.2 Grenzwerte reeller Funktionen . . . . .	210
7.3 Stetige Funktionen . . . . .	213
7.4 Zwischenwertsatz . . . . .	221
<b>8 Differentiation von Funktionen einer Variablen</b>	<b>225</b>
8.1 Differenzenquotient und Differentiation . . . . .	226
8.2 Differentiationsregeln . . . . .	231
8.3 Differentialquotienten elementarer Funktionen . . . . .	234
8.4 Differentialquotienten höherer Ordnung . . . . .	239
8.5 Änderungsraten und Elastizitäten . . . . .	242
<b>9 Kurvendiskussion</b>	<b>249</b>
9.1 Monotonie und Konvexität . . . . .	249
9.2 Extremwertbestimmung . . . . .	258
9.3 Approximation reeller Funktionen durch Polynome . . . . .	267
<b>10 Integration von Funktionen einer Variablen</b>	<b>279</b>
10.1 Das unbestimmte Integral . . . . .	280
10.2 Bestimmtes Integral und Flächenberechnung . . . . .	292
10.3 Uneigentliche Integrale . . . . .	309
<b>Lineare Algebra</b>	<b>315</b>
<b>11 Matrizen und Vektoren</b>	<b>315</b>
11.1 Einführende Bemerkungen zur Schreibweise . . . . .	316
11.2 Regeln der Addition und Subtraktion . . . . .	324
11.3 Regeln der Multiplikation . . . . .	330

<b>12 Punktmengen im <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>341</b>
12.1 Absolutbetrag von Vektoren . . . . .	341
12.2 Hyperebenen und Kugelflächen . . . . .	345
12.3 Offene und abgeschlossene Punktmengen . . . . .	347
12.4 Konvexe Mengen . . . . .	352
<b>13 Vektorräume</b>	<b>363</b>
13.1 Vektorräume im $\mathbb{R}^n$ , Basis und Dimension . . . . .	363
13.2 Basistausch in Vektorräumen . . . . .	368
13.3 Rang einer Matrix . . . . .	377
<b>14 Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>391</b>
14.1 Einführende Beispiele . . . . .	391
14.2 Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme . . . . .	395
14.3 Lösung homogener Gleichungssysteme . . . . .	405
14.4 Lösung inhomogener Gleichungssysteme . . . . .	411
14.5 Zusammenhang mit Vektorräumen . . . . .	415
<b>15 Lineare Abbildungen</b>	<b>421</b>
15.1 Eigenschaften linearer Abbildungen . . . . .	421
15.2 Inverse und orthogonale Matrizen . . . . .	428
<b>16* Lineare Optimierung</b>	<b>441</b>
16.1 Darstellungsformen und Anwendungen . . . . .	442
16.2 Graphische Lösungsverfahren . . . . .	445
16.3 Theoretische Grundlagen . . . . .	450
16.4 Simplexalgorithmus und Standardmaximumproblem . . . . .	453
16.5 Dualität und Standardminimumproblem . . . . .	465
<b>17 Determinante einer Matrix</b>	<b>473</b>
17.1 Determinanten und ihre Berechnung . . . . .	473
17.2 Einige Aussagen über Determinanten . . . . .	481
17.3 Zusammenhang mit Matrizenrängen und linearen Gleichungssystemen . . . . .	487
<b>18 Eigenwertprobleme</b>	<b>493</b>
18.1 Einführende Beispiele . . . . .	493
18.2 Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .	496
18.3 Existenz reeller Eigenwerte . . . . .	503
18.4 Definite Matrizen . . . . .	512

<b>Analysis von Funktionen mehrerer Variablen</b>	<b>519</b>
<b>19 Reelle Funktionen mehrerer Variablen</b>	<b>519</b>
19.1 Darstellung und Beispiele . . . . .	519
19.2 Stetigkeit und partielle Differentiation . . . . .	526
19.3 Richtungsableitungen . . . . .	535
19.4 Partielle Ableitungen zweiter Ordnung und totales Differential . . . . .	542
<b>20 Kurvendiskussion für Funktionen mehrerer Variablen</b>	<b>549</b>
20.1 Monotonie und Konvexität . . . . .	550
20.2 Extremwertbestimmung . . . . .	552
20.3 Einfache lineare Regression . . . . .	559
20.4*Optimierung mit Nebenbedingungen . . . . .	564
<b>21 Mehrfache Integrale</b>	<b>579</b>
21.1 Parameterintegrale . . . . .	579
21.2 Doppelintegrale . . . . .	584
<b>Differenzen- und Differentialgleichungen</b>	<b>591</b>
<b>22 Differenzen- und Differentialgleichungen erster Ordnung</b>	<b>591</b>
22.1 Grundlagen und Beispiele . . . . .	592
22.2 Lösung von Differenzengleichungen erster Ordnung . . . . .	598
22.3 Lösung von Differentialgleichungen erster Ordnung . . . . .	604
<b>23 Differenzen- und Differentialgleichungen höherer Ordnung</b>	<b>611</b>
23.1 Grundlagen und Beispiele . . . . .	611
23.2 Homogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungen . . . . .	613
23.3 Inhomogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungen . . . . .	624
<b>24 Differenzen- und Differentialgleichungssysteme erster Ordnung</b>	<b>633</b>
24.1 Grundlagen und Beispiele . . . . .	633
24.2 Homogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungssysteme . . . . .	636
24.3 Inhomogene lineare Differenzen- und Differentialgleichungssysteme . . . . .	646
<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>655</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>665</b>
<b>Griechisches Alphabet</b>	<b>673</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>675</b>