

Inhaltsverzeichnis

1	Folgen und Reihen	1
1.1	Einführung	1
1.2	Verschiedene Typen von Folgen und Reihen	4
	Arithmetische Folgen und Reihen	4
	Geometrische Folgen und Reihen	7
1.3	Unendliche geometrische Folgen und Reihen	11
1.4	Weitere Themen	14
	Arithmetische Folgen und Reihen höherer Ordnung	14
	Die Koch-Kurve und die Koch-Schneeflocke	16
	Anwendung in der Finanzmathematik	18
	Die Fibonacci-Zahlen	19
	Vollständige Induktion	21
1.5	Vermischte Aufgaben	24
1.6	Kontrollaufgaben	28
2	Grenzwerte	30
2.1	Grenzwerte von Folgen	30
2.2	Grenzwerte von Funktionen	35
	Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \infty$ bzw. $x \rightarrow -\infty$	35
	Grenzwert einer Funktion an einer Stelle $a \in \mathbb{R}$	38
2.3	Weitere Themen	41
	Weitere Eigenschaften von Folgen sowie Sätze über konvergente Folgen und Reihen	41
	Rechts- und linksseitiger Grenzwert einer Funktion an einer Stelle $a \in \mathbb{R}$	43
2.4	Vermischte Aufgaben	45
	Zu Kapitel 2.1: Grenzwerte von Folgen	45
	Zu Kapitel 2.2: Grenzwerte von Funktionen	46
2.5	Kontrollaufgaben	47
	Zu Kapitel 2.1: Grenzwerte von Folgen	47
	Zu Kapitel 2.2: Grenzwerte von Funktionen	48
3	Differentialrechnung	49
3.1	Einleitung	49
3.2	Graphisches Ableiten	57
3.3	Ableitungsregeln	60
	Summen-, Faktor- und Potenzregel	60
	Produkt- und Quotientenregel	62
	Höhere Ableitungen I	63
	Kettenregel	65

	Winkel-, Exponential- und Logarithmusfunktionen	66
	Höhere Ableitungen II	68
	Erste Anwendungen	69
	Erste Bekanntschaft mit Differentialgleichungen	72
3.4	Tangente, Normale und Schnittwinkel	74
	Polynomfunktionen	74
	Allgemeinere Funktionen	77
3.5	Spezielle Punkte und Eigenschaften von Kurven	79
	Polynomfunktionen	81
	Weitere Funktionen	84
3.6	Aufstellen von Funktionsgleichungen	86
	Polynomfunktionen	86
	Weitere Funktionen	88
	Welcher Funktionsansatz führt zum Ziel?	89
3.7	Extremwertaufgaben	90
	Einfache Funktionen	90
	Weitere Funktionstypen	93
	Ökonomische Anwendungen	95
3.8	Weitere Themen	96
	Besondere Symmetrieeigenschaften von Polynomfunktionen 2., 3. und 4. Grades . . .	96
	Implizites Differenzieren	98
	Näherungsverfahren nach Newton	100
	Lineare Approximation	101
	Taylorreihe und Taylorpolynome	102
3.9	Vermischte Aufgaben	105
	Zu Kapitel 3.1: Einleitung	105
	Zu Kapitel 3.3: Ableitungsregeln	106
	Zu Kapitel 3.4: Tangente, Normale und Schnittwinkel	108
	Zu Kapitel 3.5, 3.6 und 3.7: Extrema und noch mehr	109
3.10	Kontrollaufgaben	111
	Zu Kapitel 3.1 und 3.2: Einleitung und graphisches Ableiten	111
	Zu Kapitel 3.3: Ableitungsregeln	113
	Zu Kapitel 3.4: Tangente, Normale und Schnittwinkel	114
	Zu Kapitel 3.5: Spezielle Punkte und Eigenschaften von Kurven	115
	Zu Kapitel 3.6: Aufstellen von Funktionsgleichungen	116
	Zu Kapitel 3.7: Extremwertaufgaben	116

4	Integralrechnung	118
4.1	Das Integral als Umkehrung des Differenzierens	118
	Integrieren und Stammfunktion	118
	Das unbestimmte Integral	120
	Weg als Stammfunktion	122
4.2	Flächenberechnung anhand von Unter- und Obersummen	124
	Das bestimmte Integral	129
4.3	Hauptsatz der Infinitesimalrechnung	132
4.4	Unterschiedliche Bedeutungen des Integrals	135
	Flächeninhalt	135
	Volumen	140
	Mittelwert einer Funktion	143
4.5	Uneigentliche Integrale	145
4.6	Breitgefächerte Anwendungen	147
	Geometrie	147
	Physik	148
	Medizin/Biologie	150
	Wirtschaft	151
4.7	Differentialgleichungen	152
	Allgemeines	152
	Modellierungsaufgaben	157
4.8	Weitere Themen	160
	Substitutionsmethode	160
	Partielle Integration	161
	Bogenlänge	163
4.9	Vermischte Aufgaben	164
	Zu Kapitel 4.1: Das Integral als Umkehrung des Differenzierens	164
	Zu Kapitel 4.2: Flächenberechnung anhand von Unter- und Obersummen	165
	Zu Kapitel 4.3: Hauptsatz der Infinitesimalrechnung	166
	Zu Kapitel 4.4: Unterschiedliche Bedeutungen des Integrals	167
	Zu Kapitel 4.5: Uneigentliche Integrale	170
	Zu Kapitel 4.7: Differentialgleichungen	171

4.10	Kontrollaufgaben	171
	Zu Kapitel 4.1: Das Integral als Umkehrung des Differenzierens	171
	Zu Kapitel 4.2: Flächenberechnung anhand von Unter- und Obersummen	172
	Zu Kapitel 4.3: Hauptsatz der Infinitesimalrechnung	173
	Zu Kapitel 4.4: Unterschiedliche Bedeutungen des Integrals	173
	Zu Kapitel 4.5: Uneigentliche Integrale	175
	Zu Kapitel 4.7: Differentialgleichungen	175
X	Funktionen	176
X.1	Grundlagen	176
	Monotonie und Beschränktheit	183
	Stetigkeit	184
X.2	Weitere Aspekte im Zusammenhang mit Funktionen	186
	Verkettungen	186
	Transformationen	189
	Symmetrie und Periodizität	192
	Umkehrfunktionen	196
X.3	Polynomfunktionen (ganzrationale Funktionen)	199
	Grundlagen und Symmetrie	199
	Globalverhalten	201
	Polynomdivision und Nullstellen	202
X.4	Gebrochenrationale Funktionen (Pole, Lücken, Asymptoten)	205
X.5	Winkel-, Exponential- und Logarithmusfunktionen	209
	Ergebnisse	211
	1. Folgen und Reihen	211
	2. Grenzwerte	220
	3. Differentialrechnung	226
	4. Integralrechnung	250
	X. Funktionen	265