

Inhaltsverzeichnis

1 Folgen und Reihen	1
1.1 Einführung	1
1.2 Verschiedene Typen von Folgen und Reihen	4
Arithmetische Folgen und Reihen	4
Geometrische Folgen und Reihen	7
1.3 Unendliche geometrische Folgen und Reihen	11
1.4 Weitere Themen	14
Arithmetische Folgen und Reihen höherer Ordnung	14
Die Koch-Kurve und die Koch-Schneeflocke	16
Anwendung in der Finanzmathematik	18
Die Fibonacci-Zahlen	19
Vollständige Induktion	21
1.5 Vermischte Aufgaben	24
1.6 Kontrollaufgaben	28
2 Grenzwerte	30
2.1 Grenzwerte von Folgen	30
2.2 Grenzwerte von Funktionen	35
Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \infty$ bzw. $x \rightarrow -\infty$	35
Grenzwert einer Funktion an einer Stelle $a \in \mathbb{R}$	38
2.3 Weitere Themen	41
Weitere Eigenschaften von Folgen sowie Sätze über konvergente Folgen und Reihen	41
Rechts- und linksseitiger Grenzwert einer Funktion an einer Stelle $a \in \mathbb{R}$	43
2.4 Vermischte Aufgaben	45
Zu Kapitel 2.1: Grenzwerte von Folgen	45
Zu Kapitel 2.2: Grenzwerte von Funktionen	46
2.5 Kontrollaufgaben	47
Zu Kapitel 2.1: Grenzwerte von Folgen	47
Zu Kapitel 2.2: Grenzwerte von Funktionen	48
3 Differentialrechnung	49
3.1 Einleitung	49
3.2 Graphisches Ableiten	57
3.3 Ableitungsregeln	60
Summen-, Faktor- und Potenzregel	60
Produkt- und Quotientenregel	62
Höhere Ableitungen I	63
Kettenregel	65

Winkel-, Exponential- und Logarithmusfunktionen	66
Höhere Ableitungen II	68
Erste Anwendungen	69
Erste Bekanntschaft mit Differentialgleichungen	72
3.4 Tangente, Normale und Schnittwinkel	74
Polynomfunktionen	74
Allgemeinere Funktionen	77
3.5 Spezielle Punkte und Eigenschaften von Kurven	79
Polynomfunktionen	81
Weitere Funktionen	84
3.6 Aufstellen von Funktionsgleichungen	86
Polynomfunktionen	86
Weitere Funktionen	88
Welcher Funktionsansatz führt zum Ziel?	89
3.7 Extremwertaufgaben	90
Einfache Funktionen	90
Weitere Funktionstypen	93
Ökonomische Anwendungen	95
3.8 Weitere Themen	96
Besondere Symmetrieeigenschaften von Polynomfunktionen 2., 3. und 4. Grades	96
Implizites Differenzieren	98
Näherungsverfahren nach Newton	100
Lineare Approximation	101
Taylorreihe und Taylorpolynome	102
3.9 Vermischte Aufgaben	105
Zu Kapitel 3.1: Einleitung	105
Zu Kapitel 3.3: Ableitungsregeln	106
Zu Kapitel 3.4: Tangente, Normale und Schnittwinkel	108
Zu Kapitel 3.5, 3.6 und 3.7: Extrema und noch mehr	109
3.10 Kontrollaufgaben	111
Zu Kapitel 3.1 und 3.2: Einleitung und graphisches Ableiten	111
Zu Kapitel 3.3: Ableitungsregeln	113
Zu Kapitel 3.4: Tangente, Normale und Schnittwinkel	114
Zu Kapitel 3.5: Spezielle Punkte und Eigenschaften von Kurven	115
Zu Kapitel 3.6: Aufstellen von Funktionsgleichungen	116
Zu Kapitel 3.7: Extremwertaufgaben	116

4 Integralrechnung	118
4.1 Das Integral als Umkehrung des Differenzierens	118
Integrieren und Stammfunktion	118
Das unbestimmte Integral	120
Weg als Stammfunktion	122
4.2 Flächenberechnung anhand von Unter- und Obersummen	124
Das bestimmte Integral	129
4.3 Hauptsatz der Infinitesimalrechnung	132
4.4 Unterschiedliche Bedeutungen des Integrals	135
Flächeninhalt	135
Volumen	140
Mittelwert einer Funktion	143
4.5 Uneigentliche Integrale	145
4.6 Breitgefächerte Anwendungen	147
Geometrie	147
Physik	148
Medizin/Biologie	150
Wirtschaft	151
4.7 Differentialgleichungen	152
Allgemeines	152
Modellierungsaufgaben	157
4.8 Weitere Themen	160
Substitutionsmethode	160
Partielle Integration	161
Bogenlänge	163
4.9 Vermischte Aufgaben	164
Zu Kapitel 4.1: Das Integral als Umkehrung des Differenzierens	164
Zu Kapitel 4.2: Flächenberechnung anhand von Unter- und Obersummen	165
Zu Kapitel 4.3: Hauptsatz der Infinitesimalrechnung	166
Zu Kapitel 4.4: Unterschiedliche Bedeutungen des Integrals	167
Zu Kapitel 4.5: Uneigentliche Integrale	170
Zu Kapitel 4.7: Differentialgleichungen	171

4.10 Kontrollaufgaben	171
Zu Kapitel 4.1: Das Integral als Umkehrung des Differenzierens	171
Zu Kapitel 4.2: Flächenberechnung anhand von Unter- und Obersummen	172
Zu Kapitel 4.3: Hauptsatz der Infinitesimalrechnung	173
Zu Kapitel 4.4: Unterschiedliche Bedeutungen des Integrals	173
Zu Kapitel 4.5: Uneigentliche Integrale	175
Zu Kapitel 4.7: Differentialgleichungen	175
X Funktionen	176
X.1 Grundlagen	176
Monotonie und Beschränktheit	183
Stetigkeit	184
X.2 Weitere Aspekte im Zusammenhang mit Funktionen	186
Verkettungen	186
Transformationen	189
Symmetrie und Periodizität	192
Umkehrfunktionen	196
X.3 Polynomfunktionen (ganzrationale Funktionen)	199
Grundlagen und Symmetrie	199
Globalverhalten	201
Polynomdivision und Nullstellen	202
X.4 Gebrochenrationale Funktionen (Pole, Lücken, Asymptoten)	205
X.5 Winkel-, Exponential- und Logarithmusfunktionen	209
Ergebnisse	211
1. Folgen und Reihen	211
2. Grenzwerte	220
3. Differentialrechnung	226
4. Integralrechnung	250
X. Funktionen	265