

Julian Ławrynowicz

Variationsrechnung und Anwendungen

Mit 54 Abbildungen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York Tokyo

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1. Elemente der Variationsrechnung

1.1	Eine elementare Einführung in Extremalprobleme	1
1.2	Die einfachste Variationsaufgabe; notwendige Bedingungen: Die Eulersche Gleichung	7
1.3	Das isoperimetrische Problem als Extremwertaufgabe unter Nebenbedingungen. Eine Anwendung der Lagrange'schen Multiplikatoren	14
1.4	Hinreichende Bedingungen zur Existenz schwacher Extrema	18
1.5	Einführung in die Theorie der starken Extrema. Die Hamilton-Jakobi'sche Gleichung	23
1.6	Funktionalanalytische Grundlagen der Variationsrechnung	28
1.7	Funktionale und Operatoren in Banach- und Hilbert-Räumen	38
1.8	Die Verallgemeinerung der einfachsten Variationsaufgabe auf Banach- und Hilbert-Räumen	43

Kapitel 2. Mehrdimensionale, von höheren Ableitungen abhängige Variationsprobleme oder Probleme mit variablen Gebieten

2.1	Mehrdimensionale Variationsprobleme ohne höhere Ableitungen	48
2.2	Funktionale, die Ableitungen höherer Ordnung enthalten	57
2.3	Variationsaufgaben bei variablen Gebieten	64
2.4	Gebrochene extremale und variable Endpunkte. Die Transversalitäts- bedingungen	68
2.5	Extremalwertaufgaben mit variablen Gebieten, die nur von Ableitungen 1.Ordnung abhängen	77
2.6	Der Satz von Noether und seine Implikationen	84
2.7	Extremalwertaufgaben mit variablem Gebiet und Ableitungen höherer Ordnung	87

Kapitel 3. Spezielle Anwendungen in Physik und Elektrotechnik

3.1	Das Hamilton-Prinzip und stetige mechanische Systeme	101
3.2	Die Schwingungsgleichung für eingespannte Saiten, Membrane, Stäbe und Platten	108
3.3	Die Herleitung der Maxwellschen Gleichungen der klassischen Elektrodynamik aus dem Variationsprinzip	113
3.4	Die Grundlagen der Variation von Potentialen. Die Prinzipien von Dirichlet und Thomson	122
3.5	Die Zustandsanalyse eines Systems mit zwei oder mehreren Energiearten	132
3.6	Die Berechnung der Kapazität und der Induktivität des Systems	142
3.7	Variationsmethoden in der modernen Physik. Die Variationsherleitung der Schrödinger, Klein-Gordon und Dirac- Gleichung mit Variationsmethoden	148

Kapitel 4. Einführung in die Variationsmethoden der komplexen Analysis und in die geometrischen und direkten Methoden

4.1	Überblick über die notwendigen Voraussetzungen aus der komplexen Analysis	152
4.2	Ein Überblick über die grundlegenden Ereignisse der Integrationstheorie	161
4.3	Variationen, die Analytizität und Konformität erhalten	171
4.4	Variationen, die die Quasikonformität erhalten	172
4.5	Einführung in die geometrischen Methoden der Variationsrechnung	189
4.6	Die Technik der Riemann'schen Flächen in der Variationsrechnung und ihre Interpretation in der Theorie der Elektromagnetismus	192
4.7	Eine Einführung in direkte Methoden und einige numerische Rechenbeispiele	202
4.8	Weitere Anwendungsbeispiele aus der Physik und der Elektrotechnik	211

Kapitel 5. Einführung in die Mathematische Programmierung

5.1	Die klassischen Lösungsmethoden für Variationsaufgaben auf der Grundlage der natürlichen Extremalgleichungen	216
5.2	Die Übertragung der Methode der natürlichen Gleichungen auf diskrete Prozesse	221
5.3	Das allgemeine Prinzip der linearen und nicht-linearen Programmierung	227
5.4	Die Übertragung auf Vektorräume: Das allgemeine Prinzip der mathematischen Programmierung	233

5.5	Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Existenz von Extrema	237
5.6	Die grundlegenden Prinzipien der optimalen Steuerung. Das Pontrjagin'sche Maximum-Prinzip	244
5.7	Die Optimierung linearer Steuerungs- systeme	252
5.8	Das Bellman'sche Optimalitätsprinzip in der dynamischen Programmierung. Die geometrische Darstellung von Steuerungsproblemen	257
5.9	Eine Einführung in die numerische Lösungsverfahren	266
5.10	Anwendungsbeispiele aus der Elektrotechnik und der Automatisierungs- theorie	273
Lösungshinweise		277
Index		303
Literatur		311