

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Statik des starren Körpers | 1 |
| Grundüberlegungen zu Kräften und Gleichgewicht | 1 |
| 1.1 Allgemeine Grundüberlegungen | 1 |
| 1.1.1 Kraft, Schnittprinzip | 1 |
| 1.1.2 Schnittbilder | 2 |
| 1.1.3 Einteilung und Benennung von Kräften | 3 |
| 1.1.4 Angriffspunkt, Wirkungslinie | 4 |
| 1.1.5 Zusammenfassung: Kraft | 5 |
| 1.1.6 Dimension, Einheit | 5 |
| 1.2 Grundlagen der Vektorrechnung | 5 |
| 1.2.1 Operationen | 6 |
| 1.2.2 Betrag, Einheitsvektor | 7 |
| 1.2.3 Schreibweise mit Einheitsvektor und Maßzahl | 7 |
| 1.3 Axiome der Statik | 9 |
| 1.3.1 Zur Ausdrucksweise der Statik | 9 |
| 1.3.2 Grund-Gesetze und Axiome | 10 |
| 1.3.3 Die zehn Axiome der elementaren Statik | 11 |
| 1.4 Kräfte und Gleichgewicht an einem Punkt in vektoriell-zeichnerischer Behandlung | 15 |
| 1.4.1 Resultierende mehrerer Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt | 15 |
| 1.4.2 Gleichgewicht am Punkt | 16 |
| 1.4.3 Anwendungsbeispiel und Vorgehensweise | 16 |
| 1.5 Kräfte und Gleichgewicht an einem Punkt in vektoriell-rechnerischer Behandlung | 18 |
| 1.5.1 Komponenten einer Kraft in einem kartesischen Koordinatensystem | 18 |
| 1.5.2 Resultierende mehrerer Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt | 20 |
| 1.5.3 Gleichgewicht am Punkt | 20 |
| 1.5.4 Vorgehensweise bei einer Gleichgewichtsuntersuchung; Beispiel | 21 |

| | |
|---|----|
| Zusammenfassen und Vereinfachen von Kräftesystemen | 22 |
| 1.6 Die Resultierende eines ebenen Kräftesystems | 22 |
| 1.6.1 Allgemeine Lage der Kräfte | 22 |
| 1.6.2 Zusammenfassen paralleler Kräfte | 23 |
| 1.6.3 Sonderfall gleich großer, antiparalleler Kräfte | 25 |
| 1.7 Kräftepaar und Moment | 25 |
| 1.7.1 Grundüberlegungen zum Kräftepaar | 25 |
| 1.7.2 Moment | 27 |
| 1.7.3 Moment einer Einzelkraft bezogen auf einen vorgegebenen Punkt | 29 |
| 1.8 Das Arbeiten mit Momenten | 30 |
| 1.8.1 Resultierendes Moment, Momentengleichgewicht | 30 |
| 1.8.2 Der Momentensatz für das ebene Kräftesystem | 31 |
| 1.8.3 Anwendungsbeispiele für den ebenen Fall | 32 |
| 1.9 Räumliche Kräftesysteme | 33 |
| 1.9.1 Vektorform des Moments, Moment um einen Punkt | 33 |
| 1.9.2 Zusammenfassen eines räumlichen Kräftesystems | 34 |
| Statisches Gleichgewicht von Körpern | 35 |
| 1.10 Gleichgewichtsbedingungen für einen starren Körper | 35 |
| 1.10.1 Gleichgewichtsbedingungen bei einem ebenen Kräftesystem | 35 |
| 1.10.2 Das Arbeiten mit den Gleichgewichtsbedingungen | 37 |
| 1.10.3 Gleichgewichtsbedingungen im Raum | 40 |
| 1.11 Koordinaten und Bindungen in der Ebene | 42 |
| 1.11.1 Der Freiheitsgrad | 42 |
| 1.11.2 Bindungen | 44 |
| 1.11.3 Statisch bestimmte Lagerung starrer Scheiben | 46 |
| 1.11.4 Statisch unbestimmte Systeme | 47 |
| 1.12 Beispiele zur Bestimmung von Lagerkräften (Lagerreaktionen) | 49 |
| 1.12.1 Kragträger | 49 |
| 1.12.2 Mit Stäben gestütztes System | 50 |
| 1.13 Mehrteilige Körper (Systeme) in der Ebene | 51 |
| 1.13.1 Abzählen der Unbekannten und der Gleichungen | 51 |
| 1.13.2 Beispiel "Gerberträger" | 53 |
| 1.13.3 Schnitte an einem Gelenk mit Last | 54 |
| 1.14 Überlagerung von Lösungen (Superpositionsprinzip) | 55 |
| 1.14.1 Aufgabenstellung | 55 |
| 1.14.2 Beispiel Dreigelenkbogen | 55 |

| | |
|---|----|
| Schwerpunkt und Massenmittelpunkt | 57 |
| 1.15 Definitionen und Erklärungen | 57 |
| 1.15.1 Schwerfeld | 57 |
| 1.15.2 Dichte, spezifisches Gewicht | 58 |
| 1.15.3 Statische Momente, Schwerpunkt, Massenmittelpunkt | 60 |
| 1.16 Praktische Schwerpunktbestimmung | 64 |
| 1.16.1 Körper mit Symmetrieebenen oder Symmetrieachsen | 64 |
| 1.16.2 Mittellinien | 64 |
| 1.16.3 Schwerpunktbestimmung durch Zerlegung | 64 |
| 1.16.4 Schwerpunktbestimmung durch Integration | 66 |
| Innere Kräfte und Momente bei Balken | 67 |
| 1.17 Normalkraft, Querkraft, Biegemoment bei Balken | 67 |
| 1.17.1 Grundgedanke: Aufschneiden des Balkens | 67 |
| 1.17.2 Bestimmen der Schnittgrößen | 69 |
| 1.17.3 Streckenlasten (kontinuierlich verteilte Lasten) | 71 |
| 1.17.4 Schnittgrößen bei Streckenlasten | 72 |
| 1.17.5 Differentialbeziehungen zwischen Streckenlasten, Querkraften und Biegemomenten | 75 |
| Haftung und Reibung | 78 |
| 1.18 Vorgänge bei Haftung und Reibung | 78 |
| 1.19 Haftung | 79 |
| 1.19.1 Beispiel einer Haftungsaufgabe | 79 |
| 1.19.2 Die Coulombsche Haftungsbedingung | 80 |
| 1.19.3 Haftung bei starren, statisch unbestimmten Systemen | 81 |
| 1.20 Reibung | 82 |
| 1.20.1 Das Coulombsche Reibungsgesetz | 82 |
| 1.20.2 Beispiele | 84 |
| 1.21 Das Prinzip der virtuellen Verrückungen | 86 |
| 1.21.1 Definition der Arbeit | 87 |
| 1.21.2 Virtuelle Verrückungen | 88 |
| 1.21.3 Virtuelle Arbeit | 90 |

| | |
|--|------------|
| 2 Elastostatik | 92 |
| Spannungen und Verzerrungen | 92 |
| 2.1 Spannungen | 92 |
| 2.1.1 Normal- und Tangentialspannungen | 92 |
| 2.1.2 Abhängigkeit der Spannungen von der Schnittrichtung | 94 |
| 2.1.3 Zweiachsiger Spannungszustand | 95 |
| 2.1.4 Bemerkungen zum dreiachsigen Spannungszustand | 99 |
| 2.2 Verzerrungen | 100 |
| 2.2.1 Dehnung und Querkontraktion | 100 |
| 2.2.2 Schubverformung | 101 |
| 2.2.3 Kleine Verzerrungen in der Ebene | 102 |
| 2.3 Stoff-Gesetze | 105 |
| 2.3.1 Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm | 105 |
| 2.3.2 Das Hookesche Gesetz für die einfache Zugspannung | 107 |
| 2.3.3 Das Hookesche Gesetz für den zweiachsigen Spannungszustand | 107 |
| 2.3.4 Das Hookesche Gesetz für Schubverformungen | 108 |
| 2.3.5 Verzerrungen beim allgemeinen ebenen Spannungszustand | 109 |
| Stabwerke und Federverbände | 110 |
| 2.4 Verformung von Stabwerken | 110 |
| 2.4.1 Verformung eines Einzelstabes | 111 |
| 2.4.2 Verformung eines Stabwerkes | 112 |
| 2.5 Statisch unbestimmte Stabwerke | 115 |
| 2.5.1 Aufgabenstellung und Lösungsschema | 115 |
| 2.5.2 Lösung für das Beispiel | 116 |
| 2.6 Federverbände | 117 |
| 2.6.1 Federn als elastische Elemente | 117 |
| 2.6.2 Federschaltungen | 118 |
| 2.6.3 Beispiele | 119 |
| 2.7 Wärmedehnungen und Wärmespannungen | 122 |
| 2.7.1 Wärmedehnungen | 122 |
| 2.7.2 Wärmespannungen | 123 |
| Biegung von Balken mit symmetrischen Querschnitten | 125 |
| 2.8 Gleichungen der Balkenbiegung | 125 |
| 2.8.1 Aufgabenstellung | 125 |
| 2.8.2 Verformung des Balkenelementes | 126 |
| 2.8.3 Spannungen | 128 |
| 2.8.4 Gleichgewichtsbeziehungen | 128 |

| | |
|---|-----|
| 2.9 Flächenträgheitsmomente | 130 |
| 2.9.1 Allgemeine Definitionen und Beziehungen | 130 |
| 2.9.2 Flächenträgheitsmomente für einige Querschnitte | 131 |
| 2.9.3 Der Satz von Steiner | 133 |
| 2.9.4 Zusammengesetzte Querschnitte | 134 |
| 2.10 Spannungen | 135 |
| 2.10.1 Spannungen bei reiner Biegung | 135 |
| 2.10.2 Überlagerung von Normalkraft- und Biegespannungen | 136 |
| 2.11 Biegelinien von Balken | 137 |
| 2.11.1 Differentialgleichung der Biegelinie | 138 |
| 2.11.2 Allgemeine Bemerkungen zur Integration (Lösung) der Differentialgleichung der Biegelinie | 140 |
| 2.11.3 Anwendungsbeispiele | 140 |
| 2.11.4 Allgemeinere Randbedingungen | 141 |
| 2.11.5 Aneinanderstückeln von Biegelinien | 143 |
| 2.11.6 Überlagerung (Superposition) von Lösungen | 144 |
| 2.11.7 Biegedifferentialgleichung vierter Ordnung | 146 |
| 2.12 Statisch unbestimmt gelagerte Balken | 147 |
| 2.12.1 Lösung durch Integration der Biegelinie | 147 |
| 2.12.2 Lösung durch Superposition (Beispiel) | 149 |
| 2.12.3 Statisch unbestimmtes System mit elastischer Lagerung (Beispiel) | 150 |
| Torsion von Stäben | 151 |
| 2.13 Stäbe mit kreis- oder kreisringförmigem Querschnitt | 151 |
| 2.13.1 Allgemeine Überlegungen | 151 |
| 2.13.2 Herleitung der Gleichungen | 152 |
| 2.13.3 Drehwinkel, Drehfedern | 155 |
| 2.13.4 Beispiele | 156 |
| Arbeitsaussagen der Elastostatik | 158 |
| 2.14 Energieüberlegungen | 158 |
| 2.14.1 Arbeit der äußeren Kräfte und Momente | 158 |
| 2.14.2 Arbeit der inneren Kräfte und Momente | 160 |
| 2.14.3 Die Sätze von Castigliano | 162 |
| Stabilität | 166 |
| 2.15 Einführende Überlegungen zur Stabilität | 166 |
| 2.16 Statische Stabilität eines Feder-Stab-Systems | 167 |
| 2.16.1 Stabilitätsuntersuchung | 167 |
| 2.16.2 Zwei allgemeine Schlüsse aus dem Beispiel | 168 |

| | |
|---|-----|
| 2.17 Knicken bei Biegestäben (Euler) | 169 |
| 2.17.1 Aufgabenstellung und Differentialgleichung | 169 |
| 2.17.2 Lösen der Differentialgleichung | 170 |
| 3 Kinematik und Kinetik | 172 |
| Kinematik eines Punktes | 172 |
| 3.1 Ort, Bewegung, Koordinaten | 172 |
| 3.1.1 Ort, Bewegung | 172 |
| 3.1.2 Kartesische Koordinaten | 174 |
| 3.1.3 Polar- und Zylinderkoordinaten | 174 |
| 3.1.4 Spezielle Bewegungen | 176 |
| 3.2 Geschwindigkeit | 178 |
| 3.2.1 Geschwindigkeit längs Bahn (z.B. Gerade, Kreis) | 178 |
| 3.2.2 Winkelgeschwindigkeit | 180 |
| 3.2.3 Geschwindigkeitsvektor | 181 |
| 3.2.4 Geschwindigkeitsvektor in kartesischen Koordinaten | 182 |
| 3.2.5 Geschwindigkeitsvektor in Zylinderkoordinaten | 183 |
| 3.3 Beschleunigung | 185 |
| 3.3.1 Beschleunigung längs Bahn (z.B. Gerade, Kreis) | 185 |
| 3.3.2 Winkelbeschleunigung | 186 |
| 3.3.3 Beschleunigungsvektor | 187 |
| 3.3.4 Beschleunigungsvektor in kartesischen Koordinaten | 187 |
| 3.3.5 Beschleunigungsvektor in Zylinderkoordinaten | 188 |
| 3.3.6 Berechnen der Beschleunigung aus wegababhängig vorgegebener Geschwindigkeit | 189 |
| 3.4 Berechnung von Geschwindigkeit und Weg aus vorgegebener Beschleunigung | 190 |
| 3.4.1 Beschleunigung $a(t)$ gegeben, $v(t)$ und $s(t)$ gesucht | 190 |
| 3.4.2 Beschleunigung $a(s)$ gegeben, $v(t)$ und $s(t)$ gesucht | 190 |
| 3.4.3 Kinematik harmonischer Schwingungen | 193 |
| Kinetik des Massenpunktes | 197 |
| 3.5 Der freie Fall und die kinetischen Grundgleichungen | 197 |
| 3.5.1 Der freie Fall | 197 |
| 3.5.2 Die kinetischen Grundgesetze nach Newton | 197 |
| 3.5.3 Maßsysteme | 199 |
| 3.5.4 Koordinatenschreibweise des Newtonschen Gesetzes | 199 |
| 3.5.5 Anwendungsbeispiele für das Newtonsche Gesetz | 200 |
| 3.5.6 Krummlinige Bewegung eines Massenpunktes im Raum unter konstanter Kraft | 203 |

Prinzip von d'Alembert.

| | |
|---|-----|
| Reine Translation und reine Rotation eines starren Körpers | 204 |
| 3.6 Das Prinzip von d'Alembert | 204 |
| 3.6.1 Allgemeine Überlegungen | 205 |
| 3.6.2 Ausdeutung des Ergebnisses | 206 |
| 3.7 Translationsbewegungen eines starren Körpers | 206 |
| 3.7.1 Kinematik der Translation | 206 |
| 3.7.2 Kinetik der Translation | 206 |
| 3.8 Rotationsbewegung eines starren Körpers | 208 |
| 3.8.1 Kinematik der Rotation | 208 |
| 3.8.2 Kinetik der Rotation | 209 |
| 3.8.3 Trägheitsmomente homogener zylindrischer Körper | 211 |
| 3.8.4 Prinzip von d'Alembert für Drehbewegungen | 212 |
| 3.8.5 Beispiele | 213 |
| Arbeit und Leistung, Energiesatz | 217 |
| 3.9 Arbeit und Leistung, Potential | 217 |
| 3.9.1 Arbeit | 217 |
| 3.9.2 Leistung | 218 |
| 3.9.3 Potential | 220 |
| 3.10 Die kinetische Energie | 224 |
| 3.10.1 Kinetische Energie des Massenpunktes | 224 |
| 3.10.2 Kinetische Energie bei Drehung um eine feste Achse | 225 |
| 3.11 Der Energiesatz | 225 |
| 3.11.1 Erste Form des Energiesatzes (allgemeine Form) | 225 |
| 3.11.2 Zweite Form des Energiesatzes (gilt nur für konservative Systeme) | 227 |
| 3.11.3 Dritte Form des Energiesatzes (gilt für beliebige Systeme) | 228 |
| 3.11.4 Der Energiesatz für zusammengesetzte Systeme; Beispiel | 230 |
| 3.11.5 Das Aufstellen von Bewegungsgleichungen für Systeme mit einem Freiheitsgrad über den Energiesatz | 231 |
| Impulssatz und Drallsatz für den Massenpunkt | 233 |
| 3.12 Der Impulssatz | 233 |
| 3.12.1 Herleitung | 233 |
| 3.12.2 Veranschaulichung des Impulssatzes im eindimensionalen Fall | 234 |
| 3.12.3 Plastischer Stoß | 235 |
| 3.12.4 Elastischer Stoß | 236 |
| 3.12.5 Hinweis auf reale Stöße; Stoßzahl | 237 |
| 3.13 Der Drallsatz (Impulsmomentensatz) | 238 |
| 3.13.1 Herleitung | 238 |

3.13.2 Beispiel 239

3.13.3 Der Flächensatz (2. Keplersches Gesetz) 240

Kinetik des Punkthaufens 240

3.14 Annahmen, Schwerpunktsatz, Impulssatz 240

3.14.1 Annahmen 240

3.14.2 Schwerpunktsatz 241

3.14.3 Impulssatz 242

3.15 Der Drallsatz (Impulsmomentensatz) für den Punkthaufen 244

3.15.1 Drallsatz bezogen auf einen festen Punkt 244

3.15.2 Drallsatz bezogen auf den Schwerpunkt 246

Kinematik und Kinetik des starren Körpers in der Ebene . . . 248

**3.16 Kinematik des parallel zu einer Ebene bewegten
starren Körpers 248**

3.16.1 Referenzkoordinaten, Lagekoordinaten 248

3.16.2 Geschwindigkeit 250

3.16.3 Beschleunigung 251

**3.17 Kinetik des parallel zu einer Ebene bewegten
starren Körpers 251**

3.17.1 Schwerpunktbewegung (Translation) 251

3.17.2 Drehung um den Schwerpunkt (Rotation) 252

3.18 Bewegung in der Ebene: Zusammenfassung und Beispiele 253

3.18.1 Zusammenfassung 254

3.18.2 Beispiele 255

3.18.3 Die Dralländerung tangential zur Ebene; Deviationsmomente . . 258

3.19 Der Energiesatz bei ebenen Bewegungen 260

3.19.1 Potentielle Energie des Gewichts 260

3.19.2 Kinetische Energie des starren Körpers in der Ebene 260

3.19.3 Beispiel für den Energiesatz 261

3.20 Vermischte Aufgaben und Probleme 262

3.20.1 Innere Kräfte infolge Bewegung 262

3.20.2 Drall- und Kreiseffekte 264

3.20.3 Kreisel 265

Schwingungen 266

3.21 Freie Schwingungen 266

3.21.1 Feder-Masse-Schwinger ohne Gewicht 266

3.21.2 Feder-Masse-Schwinger mit Gewicht 267

3.21.3 Mathematisches Pendel 269

3.21.4 Drehschwinger 270

| | |
|--|------------|
| Inhaltsverzeichnis | XV |
| 3.22 Freie gedämpfte Schwingungen | 271 |
| 3.22.1 Dämpferelement | 271 |
| 3.22.2 Bewegungsgleichung für einen linear gedämpften Schwinger | 272 |
| 3.22.3 Lösung der Bewegungsgleichung mit dem $e^{\lambda t}$ -Ansatz | 273 |
| 3.22.4 Aperiodische Bewegungen | 276 |
| 3.23 Erzwungene gedämpfte Schwingungen | 277 |
| 3.23.1 Bewegungsgleichung eines fußpunkterregten Schwingers | 277 |
| 3.23.2 Superposition (Überlagerung) von Lösungen | 278 |
| 3.23.3 Komplexe Behandlung der erzwungenen Schwingungen | 279 |
| 3.23.4 Einschwingvorgang | 284 |
| Sachverzeichnis | 285 |
| Lösungsschema für Aufgaben aus Statik und Kinetik | 294 |