

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Statik des starren Körpers</b>	1
<b>Grundüberlegungen zu Kräften und Gleichgewicht</b>	1
<b>1.1 Allgemeine Grundüberlegungen</b>	1
1.1.1 Kraft, Schnittprinzip	1
1.1.2 Schnittbilder	2
1.1.3 Einteilung und Benennung von Kräften	3
1.1.4 Angriffspunkt, Wirkungslinie	4
1.1.5 Zusammenfassung: Kraft	5
1.1.6 Dimension, Einheit	5
<b>1.2 Grundlagen der Vektorrechnung</b>	5
1.2.1 Operationen	6
1.2.2 Betrag, Einheitsvektor	7
1.2.3 Schreibweise mit Einheitsvektor und Maßzahl	7
<b>1.3 Axiome der Statik</b>	9
1.3.1 Zur Ausdrucksweise der Statik	9
1.3.2 Grund-Gesetze und Axiome	10
1.3.3 Die zehn Axiome der elementaren Statik	11
<b>1.4 Kräfte und Gleichgewicht an einem Punkt in vektoriell-zeichnerischer Behandlung</b>	15
1.4.1 Resultierende mehrerer Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt	15
1.4.2 Gleichgewicht am Punkt	16
1.4.3 Anwendungsbeispiel und Vorgehensweise	16
<b>1.5 Kräfte und Gleichgewicht an einem Punkt in vektoriell-rechnerischer Behandlung</b>	18
1.5.1 Komponenten einer Kraft in einem kartesischen Koordinatensystem	18
1.5.2 Resultierende mehrerer Kräfte mit gemeinsamem Angriffspunkt	20
1.5.3 Gleichgewicht am Punkt	20
1.5.4 Vorgehensweise bei einer Gleichgewichtsuntersuchung; Beispiel	21

<b>Zusammenfassen und Vereinfachen von Kräftesystemen</b>	22
<b>1.6 Die Resultierende eines ebenen Kräftesystems</b>	22
1.6.1 Allgemeine Lage der Kräfte	22
1.6.2 Zusammenfassen paralleler Kräfte	23
1.6.3 Sonderfall gleich großer, antiparalleler Kräfte	25
<b>1.7 Kräftepaar und Moment</b>	25
1.7.1 Grundüberlegungen zum Kräftepaar	25
1.7.2 Moment	27
1.7.3 Moment einer Einzelkraft bezogen auf einen vorgegebenen Punkt	29
<b>1.8 Das Arbeiten mit Momenten</b>	30
1.8.1 Resultierendes Moment, Momentengleichgewicht	30
1.8.2 Der Momentensatz für das ebene Kräftesystem	31
1.8.3 Anwendungsbeispiele für den ebenen Fall	32
<b>1.9 Räumliche Kräftesysteme</b>	33
1.9.1 Vektorform des Moments, Moment um einen Punkt	33
1.9.2 Zusammenfassen eines räumlichen Kräftesystems	34
<b>Statisches Gleichgewicht von Körpern</b>	35
<b>1.10 Gleichgewichtsbedingungen für einen starren Körper</b>	35
1.10.1 Gleichgewichtsbedingungen bei einem ebenen Kräftesystem	35
1.10.2 Das Arbeiten mit den Gleichgewichtsbedingungen	37
1.10.3 Gleichgewichtsbedingungen im Raum	40
<b>1.11 Koordinaten und Bindungen in der Ebene</b>	42
1.11.1 Der Freiheitsgrad	42
1.11.2 Bindungen	44
1.11.3 Statisch bestimmte Lagerung starrer Scheiben	46
1.11.4 Statisch unbestimmte Systeme	47
<b>1.12 Beispiele zur Bestimmung von Lagerkräften (Lagerreaktionen)</b>	49
1.12.1 Kragträger	49
1.12.2 Mit Stäben gestütztes System	50
<b>1.13 Mehrteilige Körper (Systeme) in der Ebene</b>	51
1.13.1 Abzählen der Unbekannten und der Gleichungen	51
1.13.2 Beispiel "Gerberträger"	53
1.13.3 Schnitte an einem Gelenk mit Last	54
<b>1.14 Überlagerung von Lösungen (Superpositionsprinzip)</b>	55
1.14.1 Aufgabenstellung	55
1.14.2 Beispiel Dreigelenkbogen	55

<b>Schwerpunkt und Massenmittelpunkt</b>	57
<b>1.15 Definitionen und Erklärungen</b>	57
1.15.1 Schwerefeld	57
1.15.2 Dichte, spezifisches Gewicht	58
1.15.3 Statische Momente, Schwerpunkt, Massenmittelpunkt	60
<b>1.16 Praktische Schwerpunktbestimmung</b>	64
1.16.1 Körper mit Symmetrieebenen oder Symmetriearchsen	64
1.16.2 Mittellinien	64
1.16.3 Schwerpunktbestimmung durch Zerlegung	64
1.16.4 Schwerpunktbestimmung durch Integration	66
<b>Innere Kräfte und Momente bei Balken</b>	67
<b>1.17 Normalkraft, Querkraft, Biegemoment bei Balken</b>	67
1.17.1 Grundgedanke: Aufschneiden des Balkens	67
1.17.2 Bestimmen der Schnittgrößen	69
1.17.3 Streckenlasten (kontinuierlich verteilte Lasten)	71
1.17.4 Schnittgrößen bei Streckenlasten	72
1.17.5 Differentialbeziehungen zwischen Streckenlasten, Querkräften und Biegemomenten	75
<b>Haftung und Reibung</b>	78
<b>1.18 Vorgänge bei Haftung und Reibung</b>	78
<b>1.19 Haftung</b>	79
1.19.1 Beispiel einer Haftungsaufgabe	79
1.19.2 Die Coulombsche Haftungsbedingung	80
1.19.3 Haftung bei starren, statisch unbestimmten Systemen	81
<b>1.20 Reibung</b>	82
1.20.1 Das Coulombsche Reibungsgesetz	82
1.20.2 Beispiele	84
<b>1.21 Das Prinzip der virtuellen Verrückungen</b>	86
1.21.1 Definition der Arbeit	87
1.21.2 Virtuelle Verrückungen	88
1.21.3 Virtuelle Arbeit	90

<b>2 Elastostatik</b>	92
<b>Spannungen und Verzerrungen</b>	92
<b>2.1 Spannungen</b>	92
2.1.1 Normal- und Tangentialspannungen	92
2.1.2 Abhängigkeit der Spannungen von der Schnittrichtung	94
2.1.3 Zweiachsiges Spannungszustand	95
2.1.4 Bemerkungen zum dreiachsigem Spannungszustand	99
<b>2.2 Verzerrungen</b>	100
2.2.1 Dehnung und Querkontraktion	100
2.2.2 Schubverformung	101
2.2.3 Kleine Verzerrungen in der Ebene	102
<b>2.3 Stoff-Gesetze</b>	105
2.3.1 Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm	105
2.3.2 Das Hookesche Gesetz für die einfache Zugspannung	107
2.3.3 Das Hookesche Gesetz für den zweiachsigem Spannungszustand	107
2.3.4 Das Hookesche Gesetz für Schubverformungen	108
2.3.5 Verzerrungen beim allgemeinen ebenen Spannungszustand	109
<b>Stabwerke und Federverbande</b>	110
<b>2.4 Verformung von Stabwerken</b>	110
2.4.1 Verformung eines Einzelstabes	111
2.4.2 Verformung eines Stabwerkes	112
<b>2.5 Statisch unbestimmte Stabwerke</b>	115
2.5.1 Aufgabenstellung und Lösungsschema	115
2.5.2 Lösung für das Beispiel	116
<b>2.6 Federverbande</b>	117
2.6.1 Federn als elastische Elemente	117
2.6.2 Federschaltungen	118
2.6.3 Beispiele	119
<b>2.7 Wärmedehnungen und Wärmespannungen</b>	122
2.7.1 Wärmedehnungen	122
2.7.2 Wärmespannungen	123
<b>Biegung von Balken mit symmetrischen Querschnitten</b>	125
<b>2.8 Gleichungen der Balkenbiegung</b>	125
2.8.1 Aufgabenstellung	125
2.8.2 Verformung des Balkenelementes	126
2.8.3 Spannungen	128
2.8.4 Gleichgewichtsbeziehungen	128

<b>2.9 Flächenträgheitsmomente</b> . . . . .	130
2.9.1 Allgemeine Definitionen und Beziehungen . . . . .	130
2.9.2 Flächenträgheitsmomente für einige Querschnitte . . . . .	131
2.9.3 Der Satz von Steiner . . . . .	133
2.9.4 Zusammengesetzte Querschnitte . . . . .	134
<b>2.10 Spannungen</b> . . . . .	135
2.10.1 Spannungen bei reiner Biegung . . . . .	135
2.10.2 Überlagerung von Normalkraft- und Biegespannungen . . . . .	136
<b>2.11 Biegelinien von Balken</b> . . . . .	137
2.11.1 Differentialgleichung der Biegelinie . . . . .	138
2.11.2 Allgemeine Bemerkungen zur Integration (Lösung) der Differentialgleichung der Biegelinie . . . . .	140
2.11.3 Anwendungsbeispiele . . . . .	140
2.11.4 Allgemeinere Randbedingungen . . . . .	141
2.11.5 Aneinanderstückeln von Biegelinien . . . . .	143
2.11.6 Überlagerung (Superposition) von Lösungen . . . . .	144
2.11.7 Biegendifferentialgleichung vierter Ordnung . . . . .	146
<b>2.12 Statisch unbestimmt gelagerte Balken</b> . . . . .	147
2.12.1 Lösung durch Integration der Biegelinie . . . . .	147
2.12.2 Lösung durch Superposition (Beispiel) . . . . .	149
2.12.3 Statisch unbestimmtes System mit elastischer Lagerung (Beispiel) . . . . .	150
<b>Torsion von Stäben</b> . . . . .	151
<b>2.13 Stäbe mit kreis- oder kreisringförmigem Querschnitt</b> . . . . .	151
2.13.1 Allgemeine Überlegungen . . . . .	151
2.13.2 Herleitung der Gleichungen . . . . .	152
2.13.3 Drehwinkel, Drehfedern . . . . .	155
2.13.4 Beispiele . . . . .	156
<b>Arbeitsaussagen der Elastostatik</b> . . . . .	158
<b>2.14 Energieüberlegungen</b> . . . . .	158
2.14.1 Arbeit der äußeren Kräfte und Momente . . . . .	158
2.14.2 Arbeit der inneren Kräfte und Momente . . . . .	160
2.14.3 Die Sätze von Castigliano . . . . .	162
<b>Stabilität</b> . . . . .	166
<b>2.15 Einführende Überlegungen zur Stabilität</b> . . . . .	166
<b>2.16 Statische Stabilität eines Feder-Stab-Systems</b> . . . . .	167
2.16.1 Stabilitätsuntersuchung . . . . .	167
2.16.2 Zwei allgemeine Schlüsse aus dem Beispiel . . . . .	168

<b>2.17 Knicken bei Biegestäben (Euler)</b> . . . . .	169
2.17.1 Aufgabenstellung und Differentialgleichung . . . . .	169
2.17.2 Lösen der Differentialgleichung . . . . .	170
<b>3 Kinematik und Kinetik</b> . . . . .	172
<b>Kinematik eines Punktes</b> . . . . .	172
<b>3.1 Ort, Bewegung, Koordinaten</b> . . . . .	172
3.1.1 Ort, Bewegung . . . . .	172
3.1.2 Kartesische Koordinaten . . . . .	174
3.1.3 Polar- und Zylinderkoordinaten . . . . .	174
3.1.4 Spezielle Bewegungen . . . . .	176
<b>3.2 Geschwindigkeit</b> . . . . .	178
3.2.1 Geschwindigkeit längs Bahn (z.B. Gerade, Kreis) . . . . .	178
3.2.2 Winkelgeschwindigkeit . . . . .	180
3.2.3 Geschwindigkeitsvektor . . . . .	181
3.2.4 Geschwindigkeitsvektor in kartesischen Koordinaten . . . . .	182
3.2.5 Geschwindigkeitsvektor in Zylinderkoordinaten . . . . .	183
<b>3.3 Beschleunigung</b> . . . . .	185
3.3.1 Beschleunigung längs Bahn (z.B. Gerade, Kreis) . . . . .	185
3.3.2 Winkelbeschleunigung . . . . .	186
3.3.3 Beschleunigungsvektor . . . . .	187
3.3.4 Beschleunigungsvektor in kartesischen Koordinaten . . . . .	187
3.3.5 Beschleunigungsvektor in Zylinderkoordinaten . . . . .	188
3.3.6 Berechnen der Beschleunigung aus wegabhängig vorgegebener Geschwindigkeit . . . . .	189
<b>3.4 Berechnung von Geschwindigkeit und Weg aus vorgegebener Beschleunigung</b> . . . . .	190
3.4.1 Beschleunigung $a(t)$ gegeben, $v(t)$ und $s(t)$ gesucht . . . . .	190
3.4.2 Beschleunigung $a(s)$ gegeben, $v(t)$ und $s(t)$ gesucht . . . . .	190
3.4.3 Kinematik harmonischer Schwingungen . . . . .	193
<b>Kinetik des Massenpunktes</b> . . . . .	197
<b>3.5 Der freie Fall und die kinetischen Grundgleichungen</b> . . . . .	197
3.5.1 Der freie Fall . . . . .	197
3.5.2 Die kinetischen Grundgesetze nach Newton . . . . .	197
3.5.3 Maßsysteme . . . . .	199
3.5.4 Koordinatenschreibweise des Newtonschen Gesetzes . . . . .	199
3.5.5 Anwendungsbeispiele für das Newtonsche Gesetz . . . . .	200
3.5.6 Krummlinige Bewegung eines Massenpunktes im Raum unter konstanter Kraft . . . . .	203

<b>Prinzip von d'Alembert.</b>	
<b>Reine Translation und reine Rotation eines starren Körpers</b>	204
<b>3.6 Das Prinzip von d'Alembert</b>	204
3.6.1 Allgemeine Überlegungen	205
3.6.2 Ausdeutung des Ergebnisses	206
<b>3.7 Translationsbewegungen eines starren Körpers</b>	206
3.7.1 Kinematik der Translation	206
3.7.2 Kinetik der Translation	206
<b>3.8 Rotationsbewegung eines starren Körpers</b>	208
3.8.1 Kinematik der Rotation	208
3.8.2 Kinetik der Rotation	209
3.8.3 Trägheitsmomente homogener zylindrischer Körper	211
3.8.4 Prinzip von d'Alembert für Drehbewegungen	212
3.8.5 Beispiele	213
<b>Arbeit und Leistung, Energiesatz</b>	217
<b>3.9 Arbeit und Leistung, Potential</b>	217
3.9.1 Arbeit	217
3.9.2 Leistung	218
3.9.3 Potential	220
<b>3.10 Die kinetische Energie</b>	224
3.10.1 Kinetische Energie des Massenpunktes	224
3.10.2 Kinetische Energie bei Drehung um eine feste Achse	225
<b>3.11 Der Energiesatz</b>	225
3.11.1 Erste Form des Energiesatzes (allgemeine Form)	225
3.11.2 Zweite Form des Energiesatzes (gilt nur für konservative Systeme)	227
3.11.3 Dritte Form des Energiesatzes (gilt für beliebige Systeme)	228
3.11.4 Der Energiesatz für zusammengesetzte Systeme; Beispiel	230
3.11.5 Das Aufstellen von Bewegungsgleichungen für Systeme mit einem Freiheitsgrad über den Energiesatz	231
<b>Impulssatz und Drallsatz für den Massenpunkt</b>	233
<b>3.12 Der Impulssatz</b>	233
3.12.1 Herleitung	233
3.12.2 Veranschaulichung des Impulssatzes im eindimensionalen Fall	234
3.12.3 Plastischer Stoß	235
3.12.4 Elastischer Stoß	236
3.12.5 Hinweis auf reale Stöße; Stoßzahl	237
<b>3.13 Der Drallsatz (Impulsmomentensatz)</b>	238
3.13.1 Herleitung	238

3.13.2 Beispiel . . . . .	239
3.13.3 Der Flächensatz (2. Keplersches Gesetz) . . . . .	240
<b>Kinetik des Punkthaufens . . . . .</b>	240
<b>3.14 Annahmen, Schwerpunktsatz, Impulssatz . . . . .</b>	240
3.14.1 Annahmen . . . . .	240
3.14.2 Schwerpunktsatz . . . . .	241
3.14.3 Impulssatz . . . . .	242
<b>3.15 Der Drallsatz (Impulsmomentensatz) für den Punkthaufen . . . . .</b>	244
3.15.1 Drallsatz bezogen auf einen festen Punkt . . . . .	244
3.15.2 Drallsatz bezogen auf den Schwerpunkt . . . . .	246
<b>Kinematik und Kinetik des starren Körpers in der Ebene . . . . .</b>	248
<b>3.16 Kinematik des parallel zu einer Ebene bewegten</b>	
<b>starren Körpers . . . . .</b>	248
3.16.1 Referenzkoordinaten, Lagekoordinaten . . . . .	248
3.16.2 Geschwindigkeit . . . . .	250
3.16.3 Beschleunigung . . . . .	251
<b>3.17 Kinetik des parallel zu einer Ebene bewegten</b>	
<b>starren Körpers . . . . .</b>	251
3.17.1 Schwerpunktbewegung (Translation) . . . . .	251
3.17.2 Drehung um den Schwerpunkt (Rotation) . . . . .	252
<b>3.18 Bewegung in der Ebene: Zusammenfassung und Beispiele . . . . .</b>	253
3.18.1 Zusammenfassung . . . . .	254
3.18.2 Beispiele . . . . .	255
3.18.3 Die Dralländerung tangential zur Ebene; Deviationsmomente . . . . .	258
<b>3.19 Der Energiesatz bei ebenen Bewegungen . . . . .</b>	260
3.19.1 Potentielle Energie des Gewichts . . . . .	260
3.19.2 Kinetische Energie des starren Körpers in der Ebene . . . . .	260
3.19.3 Beispiel für den Energiesatz . . . . .	261
<b>3.20 Vermischte Aufgaben und Probleme . . . . .</b>	262
3.20.1 Innere Kräfte infolge Bewegung . . . . .	262
3.20.2 Drall- und Kreiseleffekte . . . . .	264
3.20.3 Kreisel . . . . .	265
<b>Schwingungen . . . . .</b>	266
<b>3.21 Freie Schwingungen . . . . .</b>	266
3.21.1 Feder-Masse-Schwinger ohne Gewicht . . . . .	266
3.21.2 Feder-Masse-Schwinger mit Gewicht . . . . .	267
3.21.3 Mathematisches Pendel . . . . .	269
3.21.4 Drehschwinger . . . . .	270

<b>3.22 Freie gedämpfte Schwingungen</b>	271
3.22.1 Dämpferelement	271
3.22.2 Bewegungsgleichung für einen linear gedämpften Schwinger	272
3.22.3 Lösung der Bewegungsgleichung mit dem $e^{\lambda t}$ -Ansatz	273
3.22.4 Aperiodische Bewegungen	276
<b>3.23 Erzwungene gedämpfte Schwingungen</b>	277
3.23.1 Bewegungsgleichung eines Fußpunktterregten Schwingers	277
3.23.2 Superposition (Überlagerung) von Lösungen	278
3.23.3 Komplexe Behandlung der erzwungenen Schwingungen	279
3.23.4 Einschwingvorgang	284
<b>Sachverzeichnis</b>	285
<b>Lösungsschema für Aufgaben aus Statik und Kinetik</b>	294